



Análisis de los valores extremos en el marco de las distribuciones gaussianas y la de Weibull aplicadas en el valor en riesgo

Miriam Oyuky Alcántara García
miriam_aga@yahoo.com.mx

Víctor Javier Díaz Palomarez
vjdiazp@uaemex.mx

Pedro Enrique Lizola Margolis
plizola@gmail.com

Resumen

Este estudio, analiza la Teoría de los Valores Extremos aplicada en las rentabilidades de la Bolsa Mexicana de Valores, como una perspectiva alternativa al modelo gaussiano y, gracias a los exitosos resultados obtenidos en estudios de fiabilidad, resistencia de materiales, precipitaciones máximas, eventos críticos y en las finanzas las aplicaciones han ido en aumento. Los mercados financieros forman parte de una estructura cambiante y compleja, que se rigen bajo el supuesto de normalidad estacionaria, a pesar de que la evidencia da muestra de que los eventos con un alto valor de riesgo suceden con una mayor probabilidad que los pronosticados por la distribución normal, principalmente los de alta frecuencia. Considerando que el número de inversionistas y de instrumentos financieros ha crecido a la par que el mercado, el presente trabajo contrasta el comportamiento de las rentabilidades diarias de la Bolsa Mexicana de Valores aplicando el Teorema del Valor Central y la de Weibull basada en la Teoría de los Valores Extremos, para seleccionar las ganancias y pérdidas extremas. El análisis descriptivo y las pruebas de normalidad mostraron que los rendimientos presentan asimetría y curtosis alta, indicando que no están distribuidos normalmente, así, la serie de datos se analizó posteriormente bajo la Teoría de Valores Extremos y, al aplicar la prueba de bondad de ajuste Anderson-Darling se comprobó la hipótesis que la distribución de Weibull es capaz de brindar un mejor ajuste que la gaussiana.

Palabras clave: Normalidad estacionaria, valor extremo, valor en riesgo.

JEL: C22; C13; G32.



Analysis of extreme values within the framework of the Gaussian and Weibull distributions applied to the value at risk

Abstract

This study analyzes the Theory of Extreme Values applied to the returns of the Mexican Stock Exchange, as an alternative perspective to the Gaussian model and, thanks to the successful results obtained in studies of reliability, resistance of materials, maximum rainfall, critical events and in finance, has been on the rise in recent years. Financial markets are part of a changing and complex structure, that are governed under the assumption of stationary normality, despite the evidence showing that events with a high risk value occur with a greater probability than those predicted by the normal distribution, mainly those with high frequency. Whereas the number of investors and financial instruments has grown in tandem with the market, this paper contrasts the behavior of the daily returns of the Mexican Stock Exchange applying the Central Value Theorem and the Weibull theorem based on the Theory of Extreme Values, to select extreme gains and losses. The descriptive analysis and normality tests showed that the returns present asymmetry and high kurtosis, indicating that they are not normally distributed, thus, the data series was subsequently analyzed under the Extreme Values Theory and, by applying the goodness of fit test Anderson-Darling tested the hypothesis that the Weibull distribution is capable of providing a better fit than the Gaussian distribution.

Keywords: Stationary normality, extreme value, value at risk.

JEL: C22; C13; G32.



1. Introducción

Recientemente, una elevada volatilidad e inestabilidad han marcado a los mercados financieros, impulsando la adopción de metodologías innovadoras para una mejor comprensión de los riesgos asociados. Aunque el comportamiento de los mercados de valores no corresponde a una ciencia exacta, es factible realizar un análisis matemático del estado actual del mercado utilizando modelos matemáticos específicos.

La hipótesis del mercado eficiente, propuesta por Paul Samuelson hace algunos años, es un tema central y controvertido en la teoría financiera contemporánea, propone que las diferencias entre el valor de mercado y el valor real de un activo no son ni significativas ni consistentes. Por tanto, el comportamiento de los precios de los activos financieros es impredecible y se asemeja a variables aleatorias, en donde, los rendimientos de estos activos siguen un modelo de caminata aleatoria (Forero, 2010). Estos rendimientos siguen la distribución de Gauss, donde las variaciones menores y más comunes se ubican en el centro de la curva, mientras que las fluctuaciones mayores y menos frecuentes aparecen en los extremos.

Por lo anterior, para evaluar los riesgos se consideran las condiciones impuestas por la distribución normal, prestando atención en los valores centrales, con una tendencia a eliminar el 5% de los valores ubicados en los extremos; a pesar de que la evidencia empírica ha demostrado que en ciertos momentos los rendimientos se apartan de la campana de Gauss; presentando demasiadas oscilaciones grandes y, colas que no se adelgazan hasta hacerse imperceptibles, al contrario, se elevan demasiado debido a que hay cambios más grandes de lo esperado.

En los análisis que consideran la distribución normal, relacionan a la media y desviación estándar con el rendimiento esperado y el riesgo de un activo respectivamente ya que; 1) los incrementos de los dos primeros momentos de las distribuciones empíricas presentan cambios temporales estadísticamente despreciables en muestras progresivamente grandes y 2) al ser los eventos normales susceptibles de cumplir con el requisito de regularidad probabilística, no hay nada mejor que utilizar los fundamentos estadísticos de la distribución normal para predecir su comportamiento (Ramírez y Chacón, 2013).



Si bien, al aplicar la distribución gaussiana se cumplimentan las condiciones de la regla empírica, la cual afirma que la probabilidad de que suceda un evento se encuentra dentro de 3 desviaciones estándar a partir de la media, excluyendo los “outliers” o valores atípicos: un análisis más certero debería considerar los valores extremos, basado en la distinción de un evento raro de un evento normal por el “tamaño” y la “probabilidad de ocurrencia”; porque mientras que, un evento normal se hace cada vez más pequeño a medida que disminuye el intervalo de observación, en un evento raro las cosas no se reducen de tamaño, y el impacto que producen es el mismo en un intervalo corto que durante todo el día (Ramírez y Chacón, 2014).

Por ello, expertos consideran relevante aplicar teorías y modelos matemáticos de distribución asintóticos, en donde se incluyan los outliers, tales como la distribución de Weibull; esto permitiría incluir en los análisis los valores extremos ocasionales que se presentan, mismos que son excluidos por la distribución normal, con el objetivo de disminuir los valores de riesgo en los mercados financieros.

Hipótesis

- En los mercados financieros en donde frecuentemente hay presencia de valores atípicos, el valor en riesgo basado en las condiciones impuestas por la distribución normal es la herramienta más eficaz y eficiente para evaluar el riesgo.
- En los mercados financieros en donde frecuentemente hay presencia de valores atípicos, la distribución de Weibull es una herramienta más eficaz y eficiente para evaluar el riesgo.
- Dada la naturaleza discreta de los rendimientos en el interior de la distribución empírica y la falta de información muestral en las colas, al emplear la distribución de Weibull, se sobreestima el riesgo de mercado.

Objetivo general

Comparar el comportamiento de los rendimientos financieros de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), empleando la distribución de Weibull de la Teoría de los Valores Extremos y la



distribución normal; para tener una mejor aproximación de las ganancias y pérdidas donde el riesgo es mayor.

Objetivos específicos

- Analizar la función de distribución normal de los rendimientos de la BMV para un periodo dado a través de su modelo matemático, para valorar la fiabilidad del valor en riesgo.
- Analizar la función de distribución de Weibull de los rendimientos de la BMV de los periodos 2000-2022 a través de su modelo matemático, para valorar la fiabilidad del valor en riesgo.
- Comparar el Valor en Riesgo (VaR) basado entre la distribución normal y la distribución de Weibull a través de sus modelaciones matemáticas, para valorar la fiabilidad del valor en riesgo.

2. Revisión de Literatura

Gutiérrez y Ortiz (2013) definen a los eventos atípicos o extremos exhibidos en los mercados financieros como los rendimientos diarios más pequeños y grandes. Estos movimientos extremos que experimentan los precios de las series financieras están asociados a las correcciones de los mercados financieros durante períodos normales de operación y de extrema volatilidad, derivados de los colapsos financieros tales como las caídas precipitosas en los índices accionarios, crisis financieras, devaluaciones de las monedas, burbujas o escándalos financieros, lo que demuestra que sin la debida supervisión y manejo del riesgo se pueden perder billones de dólares en un periodo de tiempo relativamente corto (Aguirre et al., 2012). Según Guillén et al. (2020) el concepto de evento extremo está relacionado principalmente con la magnitud del impacto y no con la frecuencia con la que ocurre, por la buena habilidad predictiva de los modelos ajustados.

Teoría de los valores extremos

La Teoría de los Valores Extremos desarrolla un conjunto de modelos y métodos con el objeto de describir, cuantificar y modelar los casos raros los cuales se distribuyen, no bajo la “ley de los grandes números”, sino bajo la ley de los pequeños números (García, 2004). A partir de ello, es



posible determinar los cuantiles extremos de una distribución sin necesidad de conocer la distribución completa (Prieto y Lozada, 2014). Si bien, los resultados de muestras grandes merecen más confianza que los de muestras pequeñas, estas últimas arrojan resultados extremos con más frecuencia que las muestras grandes, esa singularidad de los valores extremos hace que se deban tratar de un modo separado al resto de datos que se observan (Kahneman, 2012). En finanzas, Bruhn y Ernst (2022) indican que la Teoría del Valor Extremo se aplica a menudo para predecir los rendimientos extremos futuros de los activos invertibles, como las acciones, las materias primas o las nuevas clases de activos como las criptomonedas.

Enfoques: Máximos por bloques y Pico sobre umbral (POT)

En la práctica existen dos aproximaciones a la Teoría de Valores Extremos:

Máximo por bloques; es el enfoque más tradicional y se usa para las observaciones más grandes obtenidas a su vez de muestras de observaciones idénticamente distribuidas, las series de tiempo se dividen en secciones de igual tamaño y se escoge el valor mayor dentro de cada bloque. De acuerdo con Aguirre et al. (2012), Fisher y Tippet y, posteriormente Gnedenko, demostraron que las únicas distribuciones límite para modelar los valores extremos son tres.

Tipo I: Distribución de Gumbel – colas medias

Ecuación 1. *Distribución de Gumbel*

$$G_0(x) = \exp \exp(-e^{-x}), x \in R$$

Tipo II: Distribución de Fréchet – colas gruesas

Ecuación 2. *Distribución de Fréchet*

$$G_1(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \exp \exp(-x^{-\alpha}), & x > 0; \text{ con } \alpha > 0 \end{cases}$$

Tipo III: Distribución de Weibull- colas cortas o suaves

Ecuación 3. *Distribución de Weibull*

$$G_2(x) = \{1, x > 0 \exp \exp \left(- (-x)^{-\alpha} \right), x \leq 0; \text{ con } \alpha < 0$$

Donde $\alpha > 0$ se denomina el parámetro de forma para las familias Fréchet y Weibull. Las tres distribuciones anteriores pueden expresarse en un modelo matemático continuo y unificado al realizar una reparametrización expresada en términos de los parámetros de localización o ubicación (μ), escala (σ) y, (ξ) forma o índice de cola, ver ecuación 4.

Ecuación 4. *Distribución del Valor Extremo Generalizada*

$$G(\xi, \mu, \sigma) = \exp \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad \begin{matrix} \xi, \mu \in \mathbb{R} \\ \sigma > 0 \end{matrix}$$

La Distribución de Pareto Generalizada surge a partir del método conocido como POT (Peaks Over Threshold Method), que utilizan las Distribuciones Generalizadas de Pareto (GPD), éste se basa en la modelización de los extremos que exceden un determinado umbral o prioridad, ya sea de las cuantías totales (X_i) o, de los excesos $Y_i = X_i - u$ sobre el umbral u . Este método requiere una gran cantidad de datos que excedan el umbral; es decir, adopta de una forma eficiente el análisis de los excedentes sobre umbrales cuando estos son muy altos (García, 2004).

Sea R una variable aleatoria la cual tiene una función de distribución, F_R la función de distribución de R condicionada a que esta variable sea mayor que un umbral dado u , es conocida como la distribución de excesos de R , $F_{R,u}$, ver ecuación 5.

Ecuación 5. *Función de distribución condicionada*

$$F_{R,u}(y) = P\{R > u\}$$

Donde $0 \leq y \leq R_U - u$, y R_U corresponde al extremo superior de la variable aleatoria.

Si $F_R \in MDA \left(H_{\xi, \mu, \sigma} \right)$, es posible mostrar que:

Ecuación 6. *Distribución de excesos de R*

$$F_{R,u}(y) \approx G_{\xi, \beta}(y) = \left\{ 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta} \right)^{-\frac{1}{\xi}} \text{ si } \xi \neq 0 \quad 1 - \exp \exp \left(\frac{y}{\beta} \right) \text{ si } \xi = 0 \right.$$

Donde $\xi \in \mathbb{R}$ y $\beta = \sigma + \xi(u - \mu)$. Los parámetros ξ y β son conocidos como parámetros de forma y escala, respectivamente.



La decisión de cuál enfoque escoger depende en gran medida de la cantidad de datos con los que se cuenta. En el método de bloques se pierden muchos de los datos, ya que sólo se queda con los máximos de cada periodo de tiempo observado. En el caso de picos sobre el umbral la principal dificultad es escoger un umbral adecuado (Pachón, 2019). Si el umbral elegido es demasiado bajo, es posible que la aproximación del GPD no se mantenga y que se produzcan sesgos. Si el umbral se elige demasiado alto, la reducción del tamaño de la muestra aumenta la varianza de las estimaciones de los parámetros (Bader et al., 2018).

Distribución de Weibull

Es una de las más conocidas y tiene aplicaciones en la modelación de procesos o fenómenos que involucren riesgo, por ejemplo, sismos, falla en la operación de un equipo o sistema, tiempo de vida, etc., ha recibido una mayor atención desde 1970 por su simplicidad y flexibilidad. Una de las ventajas sobre otras funciones de densidad de probabilidad es que permite estimaciones satisfactorias de la asimetría de la distribución de densidad de probabilidad (Serrano, 2013). Para los inversionistas financieros, en la toma de decisiones es importante contar con una metodología que estime cuando será más probable que ocurra un evento crítico, como pudiera ser la alza o caída considerable en el precio de cotización de una determinada acción bursátil (Mejía, 2013). Las variables de interés más comunes en este tipo de operaciones son el tiempo entre dos transacciones consecutivas (trade-duration) y el tiempo entre dos cotizaciones consecutivas (quote-duration). La función de distribución estándar de Weibull se expresa en la ecuación 7.

Ecuación 7. *Función de distribución de Weibull triparamétrica*

$$F(t) = 1 - \exp\left\{-\left[\frac{t-\tau}{\eta}\right]^\beta\right\}, t \geq \tau$$

La función de densidad de probabilidad de la distribución de Weibull de tres parámetros se muestra en la ecuación 8.

Ecuación 8. *Función de densidad de probabilidad de Weibull triparamétrica*

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

$$f(t) \geq 0, t \geq \gamma, \beta > 0, \eta > 0, -\infty < \gamma < \infty$$



donde:

β = parámetro de forma, define la forma de la distribución

η = parámetro de escala o vida característica

γ = parámetro de localización, localización de la distribución en el tiempo

3. Metodología

Tipo y diseño de la investigación

Atendiendo a la problemática del presente estudio, los objetivos a alcanzar y la hipótesis planteada; la investigación parte de una serie de tiempo financiera, lo cual significa que se requiere de un análisis de tipo cuantitativo, porque se pretende medir y hacer una inspección estadística, para establecer patrones de comportamiento.

Es no experimental, ya que las series de tiempo ya han sucedido, no hay una manipulación intencional o azarosa de las variables independientes porque son sucesos pasados. Los datos se recolectan en un solo momento, en un tiempo único; el propósito es describir las variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado, por lo tanto, también es transversal.

Es descriptiva, porque se pretende medir, evaluar o recolectar datos sobre la serie de tiempo financiera; y posteriormente establecer relaciones para responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos o sociales.

Para el tratamiento estadístico de los datos y análisis cuantitativo de los resultados se utilizó software especializado: SPSS, Minitab, Weibull_DR, además de la hoja de Excel.

Población y muestra

Los movimientos de los precios del mercado de valores se miden por el rendimiento logarítmico diario de un índice bursátil, con el fin de estudiar el efecto de la variabilidad del tipo de cambio en los rendimientos y riesgos de la BMV, para ello, esta investigación utiliza los precios de cierre diarios del Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV para el periodo del 3 de enero de 2000 al 05 de diciembre de 2022.



Pruebas de normalidad

Como parte de las pruebas de normalidad, las pruebas de significación permiten contrastar dos de los supuestos en que se basan muchas de las técnicas de análisis actuales: normalidad y homogeneidad de varianzas; confrontan la hipótesis nula de que las muestras utilizadas han sido extraídas de poblaciones normales. Un detalle de estos estadísticos es que ante muestras muy grandes la sensibilidad a pequeñas desviaciones de la normalidad también aumenta; por ello se sugiere complementar con gráficos de normalidad: Q-Q normal y el Q-Q normal sin tendencias (Pardo y Ruíz, 2005).

Supuestos de la distribución de Weibull

De acuerdo con Ramírez y Chacón (2013), hay una cantidad de anormalidades en las distribuciones empíricas de los rendimientos que no admiten una solución satisfactoria y que limitan fuertemente la capacidad de predicción del supuesto de normalidad estacionaria; entre estas destacan la existencia de: leptocurtosis (colas gordas o pesadas), diferentes clases de asimetría con patrones diversos de correlación rezagada, volatilidad grupal, falta de agregación gaussiana, dependencia de largo rango y estacionalidad.

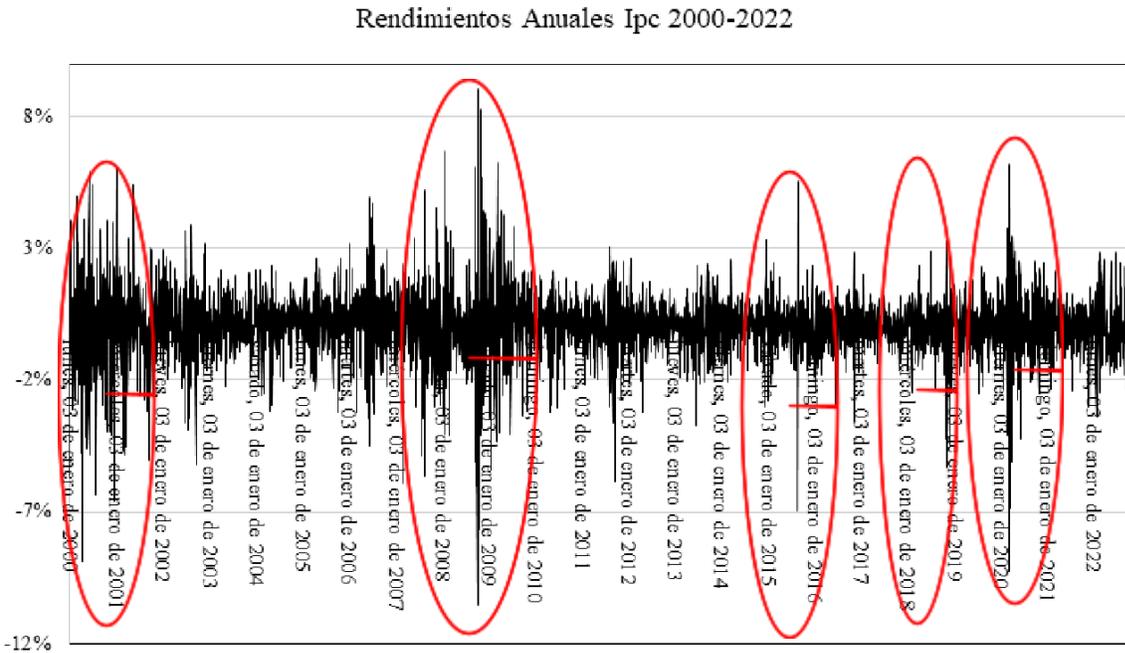
De acuerdo con Jácome (2022), la metodología para abordar problemas en donde hay una presencia significativa de valores extremos, consiste en extrapolar a partir de una serie limitada de datos observados, la probabilidad de ocurrencia de un valor futuro extremo. Las condiciones estadísticas necesarias para la aplicación de esta teoría son: 1) Los eventos deben ser estadísticamente independientes. 2) Los eventos deben estar idénticamente distribuidos en cuanto a su naturaleza; por tal razón, el método para elegir los valores extremos es el pico sobre umbral.

4. Resultados

Pruebas de normalidad

En la gráfica 1 se muestra la presencia de valores atípicos identificados en el comportamiento anual de los rendimientos.

Figura 1. Rendimientos de la Bolsa Mexicana de Valores 2000-2022.



Nota. La gráfica representa la presencia de valores atípicos identificados en el comportamiento anual de los rendimientos a lo largo del periodo 2000-2022. Elaboración propia con información de la BMV.

Análisis descriptivo

En la tabla 1 se observa que, a lo largo del periodo de análisis el índice bursátil ha experimentado un crecimiento promedio positivo de 0.0338%. La diferencia entre el rendimiento promedio y los rendimientos mínimo (-10.52) y máximo (9.05) observados dan muestra de la alta e inestable volatilidad exhibida a través del tiempo. Aún más, los rendimientos accionarios presentan propiedades de colas pesadas o anchas debido al exceso de curtosis y sesgo negativo.

Tabla 1. Análisis descriptivo de los rendimientos 2000-2022 utilizando SPSS.

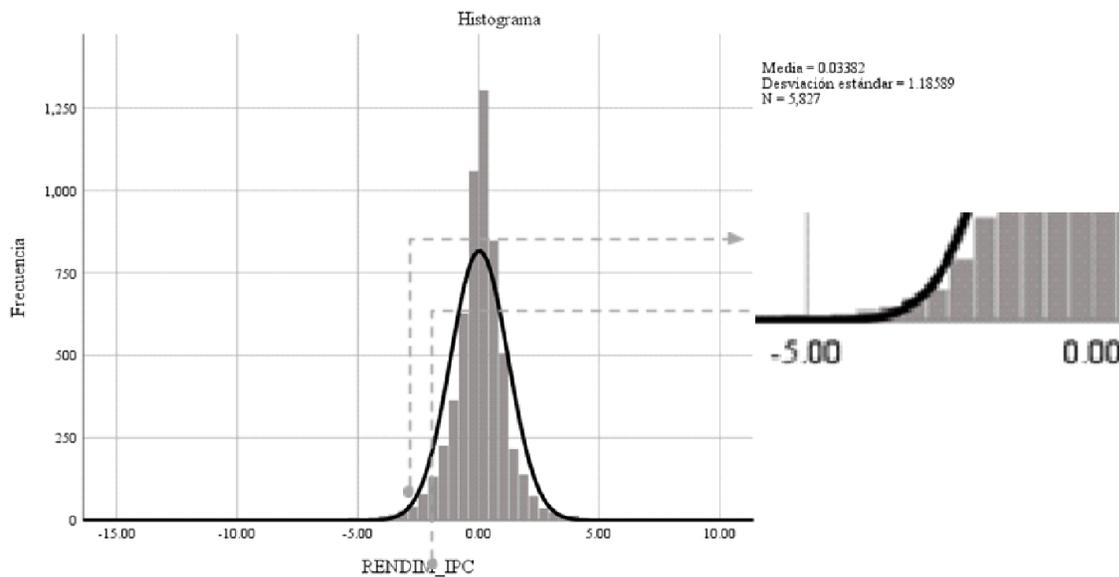
Descripción	Estadístico
Media	0.0338
Mínimo	-10.520

Máximo	9.050
Asimetría	-0.525
Curtosis	7.486

Nota. Los datos que se muestran en la tabla indican que el comportamiento de la serie de datos se aleja de una distribución normal. Elaboración propia con información de la BMV.

La distribución es asimétrica negativa, es decir, los rendimientos negativos suceden con más frecuencia que los rendimientos positivos. El valor de la curtosis es alto, lo que reafirma que las colas de la distribución de los rendimientos de la BMV tienden a ser más pesadas que las colas de distribución normal y, que la distribución que describe la serie de rendimientos financieros es leptocúrtica, ver gráfica 2.

Figura 2. Curva normal en el histograma de los rendimientos 2000-2022 utilizando SPSS.



Nota. La gráfica muestra que los datos presentan colas pesadas. Elaboración propia con información de la BMV.



La ausencia de normalidad en los rendimientos se confirma por la prueba Jarque - Bera debido a su alto valor y probabilidad igual a cero, ver Tabla 2.

Tabla 2. Resultado de la prueba de normalidad Jarque–Bera

Muestra completa	Rendimientos BMV
Nivel de confianza	95%
JB	5147.72
Valor p	0
Acepta	No

Nota. Los datos que se muestran en la tabla indican que el comportamiento de la serie de datos se aleja de una distribución normal. Elaboración propia con información de la BMV.

Los niveles críticos menores que 0.05 de los estadísticos Kolmogorov-Smirnov y de Shapiro-Wilk indican que los rendimientos no proceden de poblaciones normales, ver tabla 3.

Tabla 3.

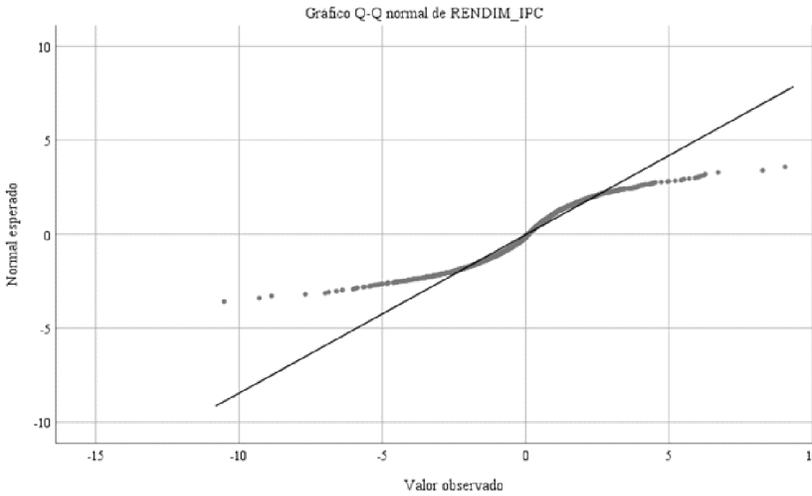
Pruebas de normalidad de Kolmogorv-Smirnov de los rendimientos 2000-2022

	Estadístico	gl	Sig.
Rendimiento		5827	0.000
IPC	0.085		

Nota. Los datos que se muestran en la tabla indican que la serie de datos se aleja no procede de poblaciones normales. Elaboración propia con información de la BMV.

Complementando, se tienen los gráficos cuartil-cuartil, mostrando que las mayores diferencias se presentan en los valores extremos del retorno, ver gráfica 3.

Figura 3. Q-Q normal de los rendimientos 2000-2022 utilizando SPSS.

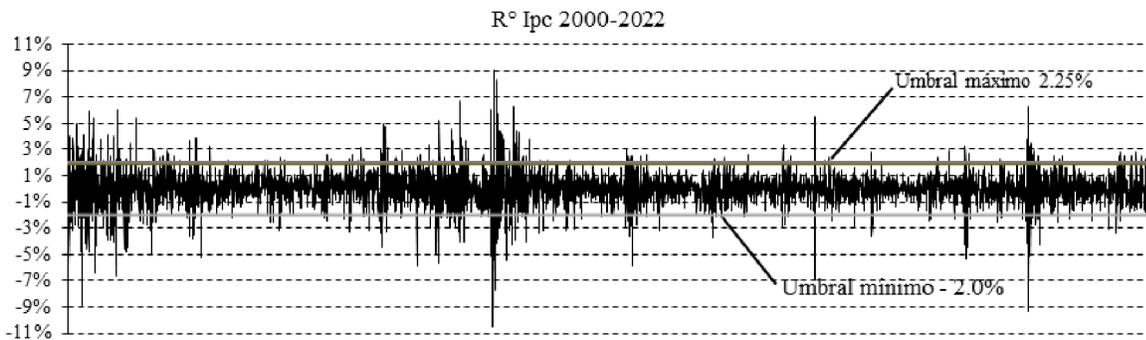


Nota. Los datos que se muestran en la tabla indican un comportamiento alejado a la normal precisamente en los extremos. Elaboración propia con información de la BMV.

Pruebas de valores extremos

Para su análisis, los rendimientos se dividieron en positivos (ganancias) y negativos (pérdidas) aplicando el método pico sobre umbral; para definir los límites de los umbrales se utilizó la media de los excesos. En relación con los rendimientos máximos, el número de datos fueron: 147, mientras que en lo referente a los valores menores o iguales a los rendimientos mínimos fueron: 239, ver gráfica 4.

Figura 4. Umbrales de los rendimientos máximos y mínimos 2000-2022.





Nota. Los datos que se muestran en la gráfica indican los umbrales máximos y mínimos a partir de los cuales se seleccionaran los valores extremos. Elaboración propia con información de la BMV.

Se calcularon los parámetros de forma, escala y localización de la distribución de Weibull con el método de los mínimos cuadrados. Las funciones de densidad de Weibull de los rendimientos se indican en las ecuaciones 9 y 10.

Ecuación 9. *Función de densidad de Weibull de los rendimientos máximos*

$$f(t) = \frac{0.910683(t-2.27)^{0.910683-1}}{0.976669^{0.910683}} e^{-\left(\frac{t-2.27}{0.976669}\right)^{0.910683}}$$

Ecuación 10. *Función de densidad de los rendimientos mínimos*

$$f(t) = \frac{1.2171(t-1.9)^{1.2171-1}}{1.2681^{1.2171}} e^{-\left(\frac{t-1.9}{1.2681}\right)^{1.2171}}$$

5. Conclusiones

La presencia de colas pesadas en la serie de rendimientos correspondiente a los precios de cierre diarios del Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV está relacionada con la asimetría y curtosis (-0.525 y 7.486), los cuales indican que se está en presencia de una distribución asimétrica y leptocúrtica, aunado al elevado resultado obtenido al aplicar la prueba de ajuste Jarque-Bera (5147.72), señal de que la distribución no está distribuida normalmente. En la tabla 4 se observan los parámetros de la distribución de Weibull de forma, escala y localización, obtenidos a través de la Estimación por Mínimos Cuadrados, así mismo se muestran los valores de la probabilidad de las pruebas estadísticas de Anderson-Darling de las dos colas positiva y negativa. De acuerdo con C. E. Flores y K. L. Flores, (2021) y Börner et al. (2023), el estadístico de bondad de ajuste de Anderson-Darling -AD- tiene una mayor ponderación en las colas de la distribución, por lo tanto, es recomendable para determinar la validez del empleo de la prueba del error estándar de ajuste como criterio de selección en el análisis de frecuencias cuando se utiliza la distribución de Weibull con muestras de por lo menos 50 datos (Flowers et al., 2014; Hoffmann, 2021), condición que cumple el presente estudio.

Los resultados arrojan que los parámetros de forma son 1.22 y 0.91 para las colas izquierda y derecha, indicativo de que ambas tienen una forma exponencial, con asimetría hacia cada una de



las colas respectivamente, sin embargo, por el incremento de valores extremos negativos la escala del lado izquierdo se acerca ligeramente a 2, aproximándose a una distribución parecida a la normal. Respecto a los parámetros de escala, estos son de 1.27 para la cola izquierda, en tanto que para la cola derecha se tiene 0.98; si se atiende que la escala, o vida característica, es el percentil 63.2 de los datos, es similar a la manera en que la media define la posición de una curva normal, por lo tanto, si existe una subestimación de los riesgos ante las pérdidas suponiendo un comportamiento normalizado. En cuanto a los parámetros de localización para ambos extremos indican que existe una mayor probabilidad de que suceda un evento extremo negativo más temprano que uno positivo.

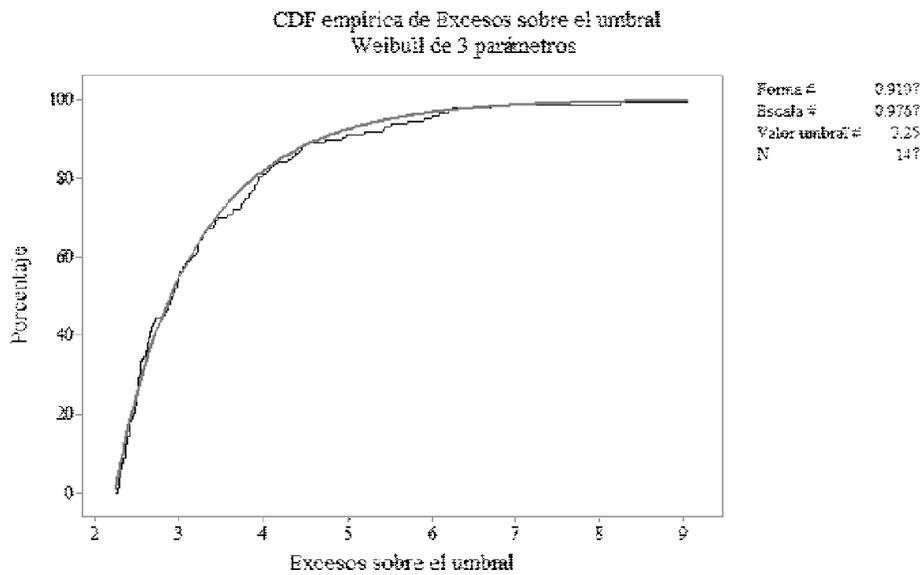
Tabla 4. *Parámetros de la distribución de Normal y de Weibull*

	Distribución normal	Distribución de Weibull	
		R° máx	R° máx
Forma (β)	---	0.91	1.22
Escala (η)	1.19	0.98	1.27
Localización	0.03	2.27	1.90

Nota. Los datos que se muestran en la tabla indican los parámetros de la distribución de Weibull de forma, escala y localización. Elaboración propia con información de la BMV.

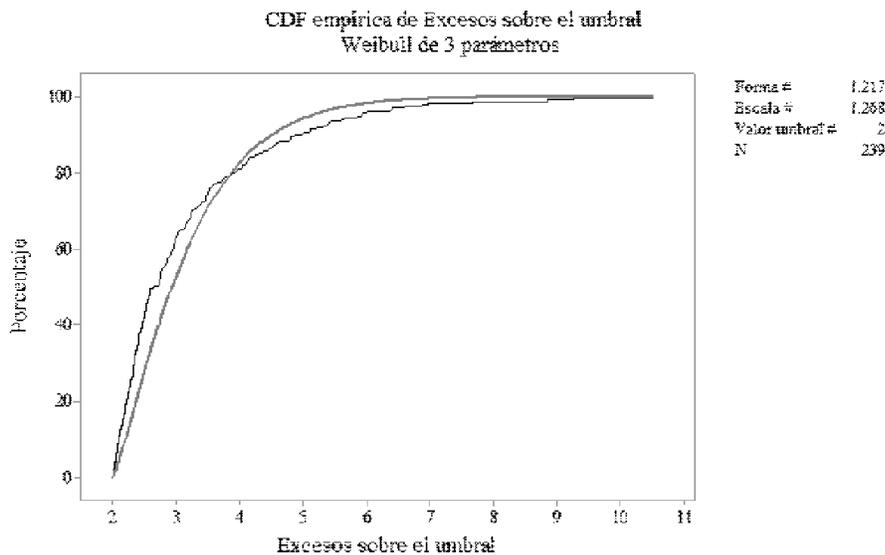
El grado de bondad de ajuste de la estimación de la GPD puede ser evaluado a través del gráfico de la distribución de los excesos estimada $F_{R,u}(x - u)$ y las pérdidas observadas sobre el umbral, ver gráficas 5 y 6. En general, se presenta un mejor ajuste en la cola derecha (ganancias) que en las pérdidas.

Figura 5. Bondad de ajuste de la GPD estimada para la cola derecha.



Nota. La gráfica muestra el ajuste de la estimación de la GPD de la cola derecha. Elaboración propia con información de la BMV.

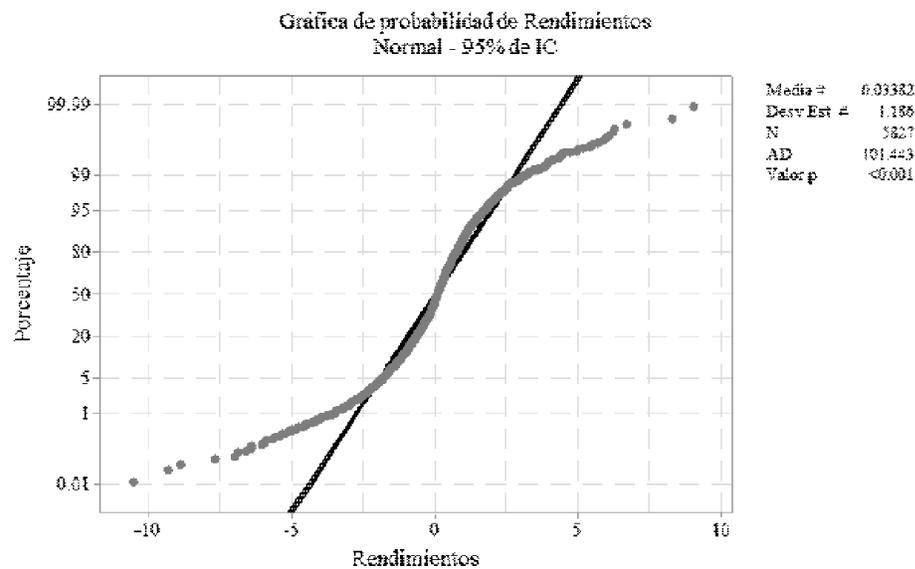
Figura 6. Bondad de ajuste de la GPD estimada para las pérdidas



Nota. La gráfica muestra el ajuste de la estimación de la GPD de la cola izquierda. Elaboración propia con información de la BMV.

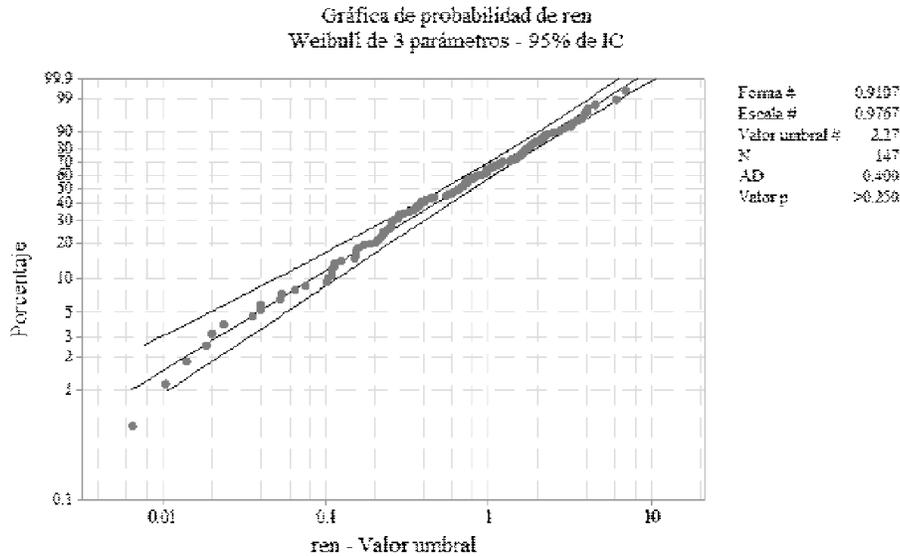
Para comparar la estabilidad de la distribución de rendimientos extremos de la BMV de la distribución normal y la de Weibull se utiliza la prueba de bondad de ajuste de Anderson-Darling con el fin de determinar cuál es la mejor; así que con base en los valores del estadístico p-AD que se muestran en la tabla 4 y las gráficas 7 y 8, se muestra que el comportamiento asintótico de los rendimientos extremos de la BMV es mejor explicado por la distribución de Weibull.

Figura 7. Estadístico Anderson- Darling de la Distribución normal.



Nota. Los datos que se muestran en la gráfica indican los comportamientos asintóticos de los rendimientos extremos con base en la distribución normal. Elaboración propia con información de la BMV.

Figura 8. Estadístico Anderson- Darling de la Distribución de Weibull de los rendimientos extremos máximos.



Nota. Los datos que se muestran en la gráfica indican los comportamientos asintóticos de los rendimientos extremos con base en la distribución de Weibull. Elaboración propia con información de la BMV.

Los resultados de la medida de riesgo VaR a partir de las Distribuciones Generalizadas de Pareto estimadas sobre cada cola en se muestran en la Tabla 5, así como los obtenidos por los métodos típicos; las tres metodologías propuestas en el análisis para niveles de confianza del 95%, 99% y 99.9%. Es observable que con un nivel de confianza del 95%, los valores del VaR resultan similares. Sin embargo, con un nivel de confianza del 99% y 99.9% el VaR que asume un comportamiento normal es menor con respecto a las otras; estos resultados empíricos confirman la importancia de utilizar el percentil de la distribución de valor extremo generalizada como medida de riesgo en el análisis del VaR para altos niveles de probabilidad. Vale la pena recordar que las finanzas de alta frecuencia suelen presentar una mayor volatilidad con respecto a las de baja frecuencia.



Tabla 5. *VaR por EVT, HS y normalidad*

Método	Cola izquierda			Cola derecha		
	VaR _{0.95}	VaR _{0.99}	VaR _{0.999}	VaR _{0.95}	VaR _{0.99}	VaR _{0.999}
Normal	-1.91	-2.72	-3.63	1.98	2.79	3.69
HS	-1.81	-3.52	-6.664	1.73	3.15	6.02
EVT	-1.67	-6.66	-96.59	1.77	3.68	21.47

Nota. Los datos que se muestran en la tabla indican la comparación de los VaR con un nivel de confianza del 95%, 99% y 99.9%, considerando que los rendimientos siguen una distribución normal, otra bajo los valores extremos y aplicando el método de simulación histórica HS. Elaboración propia con información de la BMV.

En la tabla 5 es relevante que los VaR calculados mediante la distribución de Weibull son menores a los VaR calculados bajo la distribución normal a un nivel de confianza del 95%, pero, conforme se aproxima más a las colas de la distribución, esto es, para mayores niveles de confianza, los VaR calculados con TVE superan significativamente los VaR normalizados. Lo anterior significa que, la distribución normal sobreestima el riesgo para bajos niveles de confianza, pero lo subestima para niveles altos.

6. Referencia

- Aguirre, A. I., Vaquera, H., Ramírez, M. E., Valdez, J. R. y Aguirre, C. A. (2012). Estimación del valor en riesgo en la Bolsa Mexicana de valores usando modelos de heteroscedasticidad condicional y teoría de valores extremo. *Economía Mexicana Nueva Época*, Vol. XXII, núm. 1. pp. 177-205
- Bader, B., Yan, J. y Zhang, X. (2018). Selección automatizada de umbrales para el análisis de valores extremos a través de pruebas de bondad de ajuste con aplicación al mapeo de nivel de retorno por lotes. *Anales de Estadística Aplicada* 12: 310–29.
- Börner, C. J., Ernst, D., y Hoffmann, I. (2023). Riesgos de cola en finanzas corporativas: análisis basados en simulación de valores extremos. *Revista de Gestión de Riesgos y Finanzas*, 16(11), 469. <https://doi.org/10.3390/jrfm16110469>
- Bruhn, P. y Ernst, D. (2022). Evaluación de las características de riesgo del mercado de criptomonedas: un enfoque GARCH-EVT-COPULA. *Revista de Gestión de Riesgos y Finanzas*, 15(8), 346. <https://doi.org/10.3390/jrfm15080346>



- Flores, C. E. y Flores, K. L. (2021). Pruebas para comprobar la normalidad de datos en procesos productivos: Anderson-Darling, Ryan-Joiner, Shapiro-Wilk y Kolmogórov-Smirnov. *Societas. Revista de Ciencias Sociales y Humanísticas*. vol. 23, núm. 2, 2021. Universidad de Panamá, Panamá.
- Flowers, R. S., Jeffrey, R. y Rivera, F. (2014). Evaluación de criterios de selección de modelos probabilísticos: validación con series de valores máximos simulados. *Tecnología y Ciencias del Agua*. 2014; V (5):189-197.
- Forero, G. (2010). Contrastación de paradigmas de las finanzas: normalidad e hipótesis del mercado eficiente. *Aplicaciones en matlab*. Odeon, núm. 5, pp. 167-227.
- García, A. (2004). *La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador*. Universidad de Alcalá de Henares. Plaza de la Victoria, 2. Alcalá de Henares.
- Guillén, H. S., Cid, L. R., y Alfaro-Martínez, E. J. (2020). Comparación de parámetros de valor extremo de la distribución generalizada asociada a eventos de precipitación extrema en América Central. *Uniciencia*, 34(1), 111-128. <https://doi.org/10.15359/ru.34-1.7>
- Gutiérrez, R. de J. y Ortiz, E. (2013). El efecto de la volatilidad del peso mexicano en los rendimientos y riesgo de la Bolsa Mexicana de Valores. *Contaduría y administración*, 58(3), 89-119.
- Hoffmann, I., Börner, C.J. (2021). La función de riesgo de las pruebas de bondad de ajuste para los modelos de cola. *Documentos estadísticos* 62, 1853-1869. <https://doi.org/10.1007/s00362-020-01159-3>
- Jácome, E. (2022). Análisis de Condiciones Extremas de Oleaje en el Archipiélago de Galápagos. *Revista Politécnica*, 50(1), 7-14.
- Kahneman, D. (2012). *Pensar rápido, pensar despacio*. Editorial Debate.
- Mejía, J. de la C. (2013). Aplicación del modelo Weibull en el análisis de eventos críticos en precios bursátiles. *Estocástica finanzas y riesgo*. Volumen 3, número 1.
- Pachón, A. P. (2019). Estimación de las pérdidas económicas ocasionadas a un ente decisor por eventos naturales: una aproximación desde la teoría del valor extremo. Universidad de los Andes. Colombia.
- Pardo, A. y Ruíz, M. A. (2005). *Análisis de datos con SPSS 13 Base*. McGraw-Hill. Interamericana de España S. A. U. España.
- Prieto, L. P. y Lozada, A. (2014). *Teoría del Valor Extremo: ¿Es una metodología más precisa*



para medir el riesgo de mercado? Colegio De Estudios Superiores de Administración CESA. Bogotá.

Ramírez, J. C. y Chacón, O. (2013). Los riesgos de no ser normal en finanzas. Un ensayo sobre el comportamiento leptocúrtico de las series accionarias de Colombia. *Economía Mexicana. Nueva Época*, vol. I, 2013, pp. 165-201. Centro de Investigación y Docencia Económicas, A.C. Distrito Federal, México.

Ramírez, J. C. y Chacón, O. (2014). El supuesto de normalidad estacionaria y los Black Swans en finanzas, en *Sotavento mba*, n.º 24, pp. 24-43.

Serrano, J. C. (2013). Comparación de métodos para determinar los parámetros de Weibull para la generación de energía eólica. *Scientia Et Technica*, 18(2), 315–320.