



## **Análisis econométrico aplicado a la Teoría de Portafolios de Inversión en países desarrollados y emergentes**

**Héctor Alonso Olivares Aguayo**

Vicerrectoría de Investigación

Universidad La Salle México

[hectoralonso.olivares@lasalle.mx](mailto:hectoralonso.olivares@lasalle.mx)

**Blanca Estela Hernández Bonilla**

Centro Universitario UAEM Valle de Teotihuacán

Universidad Autónoma del Estado de México

[behernandezb@uaemex.mx](mailto:behernandezb@uaemex.mx)

**Analaura Medina Conde**

Facultad de Derecho

Universidad Autónoma de Tlaxcala

[analaura.medinaconde@uatx.mx](mailto:analaura.medinaconde@uatx.mx)

**Adriana Mercedes Ruiz Reynoso**

Centro Universitario Valle de México

Universidad Autónoma del Estado de México

[amruizr@uaemex.mx](mailto:amruizr@uaemex.mx)

### **Resumen:**

Esta investigación evalúa la efectividad de los modelos econométricos ARIMA y SARIMAX en la predicción de precios de cierre futuros en índices bursátiles de países desarrollados y emergentes. El estudio se enfoca en optimizar el rendimiento esperado de portafolios de inversión, utilizando la estrategia de mínima varianza de Markowitz y la de máximo rendimiento de Sharpe, con datos quincenales en periodo de crisis sanitaria 2019-2022. Los resultados indican que, para los países emergentes, los modelos ARIMA ofrecen la mejor viabilidad. Sin embargo, en los países desarrollados, ningún modelo econométrico demostró ser eficaz para el pronóstico deseado.

**Palabras Claves:** Modelos Econométricos; Portafolios de Inversión; Países Desarrollados y Emergentes.

**Códigos JEL:** C4; G12; G6.



## Econometric analysis applied to Investment Portfolio Theory in developed and emerging countries

### Abstract:

This research evaluates the effectiveness of the ARIMA and SARIMAX econometric models in predicting future closing prices in stock indices of developed and emerging countries. The study focuses on optimizing the expected performance of investment portfolios, using Markowitz's minimum variance strategy and Sharpe's maximum return strategy, with biweekly data during the health crisis period of 2019-2022. The results indicate that, for emerging countries, the ARIMA models offer the best viability. However, in developed countries, no econometric model proved effective for the desired forecast.

**Keywords:** Econometric Models; Investment Portfolios; Developed and Emerging Countries.

**JEL Codes:** C4; G12; G6.



## **1. Introducción**

La problemática de tener la necesidad de pronosticar valores cercanos a la realidad para una mejora en la toma de decisiones financiera cada vez es mayor, particularmente en periodos de crisis como la del COVID-19 (periodo de interés en la presente investigación), por lo que la hipótesis en este trabajo de investigación es que los pronósticos son de utilidad para poder vislumbrar el comportamiento futuro en los mercados bursátiles, es por ello que la presente investigación tiene como objetivo de investigación, mostrar la viabilidad del uso de modelos econométricos ARIMA y SARIMAX para la predicción del precio de cierre futuro en índices de mercados bursátiles de países desarrollados y emergentes, en particular se propone pronósticos en el precio de cierre del principal índice financiero de distintos países a través de un par de modelos econométricos ARIMA y SARIMAX, los resultados obtenidos son implementados en portafolios de inversión de Markowitz y de Sharpe comparando los resultados obtenidos con la realidad.

Para ello se analizan los mercados bursátiles en países emergentes a través de los índices S&P/BMV IPC, COLCAP, SPCLXIPSA, y SPLIMAGENERAL considerando como índice global el S&P MILA PACIFIC ALLIANCE. Y para los países desarrollados se consideran los índices S&P500, FTSE100, IBEX35, DAX, CAC40, y FTSEITALY considerando como índice global el EUROSTOXX50.

La principal relevancia de este trabajo de investigación es que muestra un comparativo entre economías de países emergentes y desarrollados a través de sus mercados bursátiles asociados al rendimiento de los portafolios de inversión obtenidos. El trabajo está conformado inicialmente por una breve Introducción, posteriormente se presenta el Marco Teórico; seguido de la Metodología usada, después se presenta el Análisis de Resultados, y finalmente las Conclusiones y las Referencias Bibliográficas de esta investigación.

## **2. Marco Teórico**

En la literatura sobre pronósticos de precios de cierre en índices bursátiles, Parisi y Guerrero (2003) examinan las variaciones semanales de índices como el CAC40, S&P 500 y FTSE100 utilizando modelos ARIMA. Como un hallazgo importante de la investigación se destaca en los



resultados que estos modelos son efectivos para predecir los precios de cierre de los índices analizados.

De acuerdo con Begoña (2004), los modelos bayesianos se aplican para optimizar carteras de opciones del IBEX-35, tomando en cuenta variadas expectativas del inversionista respecto a la tendencia y volatilidad. Este estudio subraya la utilidad de dicha metodología en la conformación de carteras óptimas, facilitando la toma de decisiones informadas que alinean el perfil de riesgo y rendimiento deseados por los inversionistas. Así, se proporciona una herramienta analítica efectiva para la gestión estratégica de inversiones en mercados volátiles.

Los modelos SARIMAX han sido aplicados en diversos contextos, según Prilistya et al. (2021) utilizan estos modelos para pronosticar las llegadas de turistas a Indonesia, destacando la superioridad del modelo SARIMAX basado en un RMSE de 11041.0510. Por su parte, Dutta y Roy (2021) aplican estos modelos para predecir niveles de contaminantes del aire en interiores, encontrando que los modelos SARIMAX son superiores con un RMSE de 26.45 ppm.

También existen diversos estudios sobre electricidad que usan este tipo de modelos, como se observa en los trabajos de: Basmadjian et al. (2021), quienes al analizar diversos modelos SARIMAX, SARIMA y ARIMAX encuentran como principal hallazgo los mejores resultados para el SME entre 6.76% y 11.57%, Kim et al. (2021), proponen un modelo SARIMAX-LSTM de donde muestran como principal hallazgo que el pronóstico mediante este tipo de modelo es superior para el espacio-temporal solar PV, Pooniwala y Sutar (2021), de igual forma proponen un modelo SARIMAX-LSTM para pronosticar electricidad, cuyo principal hallazgo es que a través del modelo propuesto se reduce el 13.08% del MSE, Brusokas et al. (2021), a través de algoritmos de machine learning predicen el comportamiento de las bombas de calor individuales, el principal hallazgo es que el modelo usado es SARIMAX con modelos deep learning LSTM y GRU, y Abunofal et al. (2021), quienes predicen el precio de cierre futuro de la electricidad, teniendo como principal hallazgo los mejores resultados con el modelo SARIMAX.

Por otro lado, la Teoría de Portafolios nace por Markowitz (1952), quien desarrolla un proceso de selección de Portafolios de inversión, con base a los activos y su relación con el mercado,

primero comienza con la selección del perfil de riesgo del inversionista racional, para posteriormente optimizar portafolios con base a las expectativas de dicho inversionista. Investigaciones futuras al incorporar un activo libre de riesgo extienden el modelo de Markowitz, propuestas como las de Sharpe (1963) y (1970), Tobin (1958), Lintner (1966), Treynor (1962) y Mossin (1966), quienes muestran una línea del mercado de capitales que sobre pasa la frontera eficiente de Markowitz, encontrando así el portafolio de máximo rendimiento conocido como el portafolio de Sharpe, el cual compensa de mejor forma la relación riesgo-rendimiento.

### 3. Metodología (Modelos ARIMA, SARIMAX y Teoría de Portafolios)

El proceso Autoregresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA), de orden  $(p, d, q)$ , se encuentra la combinación de los modelos autoregresivos de orden  $p$  expresados como  $AR(p)$  y de medias móviles de orden  $q$ , abreviados como  $MA(q)$ , El modelo ARIMA al ser un proceso integrado en diferencias se le agrega el parámetro  $d$  el cual representa su orden de integración. Donde  $Z_t$  representa un modelo  $ARIMA(p, d, q)$ .

$$z_t = \Phi_1 z_{t-1} + \Phi_2 z_{t-2} + \dots + \Phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$\Phi_p(B)Z_t = \theta_q(B)\varepsilon_t$$

$$\Phi_p(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \Phi_3 B^3 - \dots - \Phi_p B^k$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3 - \dots - \theta_q B^k \quad (1)$$

La estacionalidad en la media de las fluctuaciones periódicas con datos de serie de tiempo es capturada por el modelo  $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q, s)$ , expresado matemáticamente de la manera siguiente.

$$\begin{aligned} \Phi_p(B^s)\varphi_p(B)\nabla^d\nabla_s^D Z_t &= c + \theta_q(B^s)\theta_q(B)\varepsilon_t \nabla_s^D = \\ (1 - B^s)^D \Phi_p(B^s) &= 1 - \sum_{i=1}^P \Phi_i B^{s,i} \theta_q(B^s) = 1 - \sum_{i=1}^Q \theta_i B^{s,i} \end{aligned} \quad (2)$$

Donde  $\Phi_p(\cdot)$  es un polinomio de orden  $P$  y  $\Theta_Q(\cdot)$  también es un polinomio, pero de orden  $Q$ , con  $\nabla_s^D$  como operador de la diferencia estacional, mientras que los parámetros  $P$ ,  $D$  y  $Q$  son para la parte estacional, semejantes a los parámetros  $(p, d, q)$  no estacionales.

El modelo SARIMAX( $p, d, q$ )( $P, D, Q, s$ ) se expresa matemáticamente de la manera siguiente.

$$\Phi_p(B^s)\varphi_p(B)\nabla_s^d\nabla_s^D Z_t = c + \beta_k x_{k,t} + \Theta_Q(B^s)\theta_q(B)\varepsilon_t \quad (3)$$

donde  $\beta_k$  es el coeficiente del  $k$ -ésimo valor de la variable exógena,  $x_{k,t}$  es el vector que contiene la  $k$ -ésima variable exógena en el tiempo  $t$  asociado al parámetro  $s$ .

Markowitz (1952), revoluciona las finanzas tradicionales a modernas a partir de plantear un problema de investigación de operaciones, solucionándolo a través de la optimización siguiente.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

sujeto a:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i), \sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \geq 0$$

Tal que:

$\bar{R}_p$ : Rendimiento esperado del portafolio  $p$ .


$w_i, w_j$ : Ponderación para el activo  $i$ -ésimo o  $j$ -ésimo respectivamente.

$R_i$ : Rendimiento esperado del activo  $i$ -ésimo.

n: Número de activos.

$\sigma_p^2$ : Varianza de los rendimientos del portafolio p.

$\sigma_p$ : Desviación estándar del portafolio.

$\sigma_{ij}$ : Matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de los activos  $i$  y  $j$  .

Para hallar el portafolio óptimo tangente a la frontera eficiente de Markowitz se modifica la función objetivo a maximizar índice de Sharpe (IS).

$$IS = \frac{\bar{R}_p - r_f}{\sigma_p} \quad (3)$$

Como en este estudio es de interés comparar las economías de los países emergentes respecto a los que no lo son. Es que para el caso de Latinoamérica se elige el MILA y para Europa algunos países líderes financieramente. Tanto para los mercados de Latinoamérica como de Europa, en primera instancia se analizan los estadísticos descriptivos básicos de los precios de los activos, posteriormente se realiza el pronóstico de cierre a través de los modelos econométricos, después se analizan también los estadísticos descriptivos básicos de los rendimientos de los activos, para trabajarlos con la metodología tradicional del modelo de Markowitz y su extensión por Sharpe; sin considerar y considerando los pronósticos en los precios de cierre de los modelos econométricos y finalmente se comparan con la realidad.

#### 4. Análisis de Resultados

En este trabajo de investigación se realiza un análisis entre los mercados emergentes de Latinoamérica y de los mercados desarrollados de Europa considerando periodicidad quincenal en precios históricos desde 29/11/2019 al 21/01/2022, los resultados reales al 04/02/2022 en los rendimientos otorgados por los portafolios de inversión son comparados con los pronosticados a través de modelos econométricos ARIMA y SARIMAX, El análisis en las series es mostrado como sigue, la interpretación de esta tabla, se analiza los diferentes índices o valores de mercado en distintas fechas del cual se toma en cuenta los siguientes puntos:

**Tabla 1. Precios de cierre en los índices de Latinoamérica**

Fecha	SPMILAPACI FIC	SPBMVIP C	COLCAP	SPCLXIPS A	SPLIMAGENE RAL
2021-11-26	320.1500	49492.5200	1318.3100	4579.3000	19864.2300
2021-12-10	337.7700	51213.4800	1389.1600	4405.7200	20272.4700
2021-12-24	345.9100	52853.3800	1401.6600	4297.8600	20763.0800
2022-01-07	353.8600	53202.1100	1394.2200	4296.3500	22355.3900
2022-01-21	357.4300	51599.3800	1523.5600	4644.8600	22944.8800

**Nota:** Elaboración propia mediante investing (2021), implementado en python.

La Tabla 1, muestra los últimos cinco precios de cierre en las series de Latinoamérica a través de sus índices.

Al realizar el análisis para cada índice de Latinoamérica asociando las métricas de los errores RMSE y MSE y encontrando los parámetros para los mejores modelos ARIMA y SARIMAX respectivamente se tiene la información mostrada en las Tablas 2 y 3 siguientes.

**Tabla 2. RMSE, MSE y parámetros de los modelos ARIMA para los índices de Latinoamérica**

Métrica	SPMILAPACI FIC	SPBMVIP C	COLCAP	SPCLXIP SA	SPLIMAGENE RAL
RMSE	0.0094	0.0336	0.0897	0.0775	0.0236
MSE	0.0000	0.0011	0.0080	0.0060	0.0005
Parámetros	(0,1,0)	(0,1,1)	(0,1,0)	(0,1,0)	(0,1,0)

**Nota:** Elaboración propia mediante python.

**Tabla 3. RMSE, MSE y parámetros de los modelos SARIMAX para los índices de Latinoamérica**

Métrica	SPMILAPACI FIC	SPBMVIP C	COLCAP	SPCLXIP SA	SPLIMAGENE RAL
RMSE	0.0114	0.0221	0.1189	0.0432	0.0279
MSE	0.0001	0.0004	0.0141	0.0018	0.0007



Parámetros	(0,1,0)	(0,1,1)	(0,1,0)	(0,1,0)	(0,1,0)
	(0,1,1,12)	(0,1,1,12)	(0,1,1,12)	(1,1,0,12)	(2, 1, 0, 12)

**Nota:** Elaboración propia mediante python.

En las Tablas 2 y 3 se muestran los cálculos realizados del RMSE, MSE y los parámetros para los mejores modelos ARIMA y SARIMAX, los cuales se obtuvieron mediante la función de python autoarima, además es importante señalar que el último parámetro del modelo SARIMAX, corresponde a la variable exógena “X” el cual corresponde a un MA (12).

Donde se observan errores menores con el modelo SARIMAX para México y Chile y para los demás el modelo ARIMA.

Posteriormente, los precios de cierre son pronosticados a la quincena siguiente a través de los modelos econométricos mencionados y los valores reales se muestran en la Tabla 4.

**Tabla 4. Precios pronosticados en los índices de Latinoamérica**

Fecha	S&P CLX IPSA	S&P MILA PACIFIC ALLIANCE	S&P BMV IPC	COLCAP	S&P LIMA GENERAL	Modelo
04/02/2022	4646.7700	357.6600	51308.0500	1522.0200	22999.6200	ARIMA
04/02/2022	4757.0600	359.0800	51970.8300	1638.1100	22223.7300	SARIMAX
04/02/2022	4425.5200	348.5900	51255.3100	1522.4100	22280.0900	Real

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), implementado en python.

En la Tabla 4, se observa que al comparar los valores reales con los modelos econométricos propuestos. Los modelos ARIMA fueron pronósticos más precisos en los precios de cierre para los mercados de México, Colombia y Chile, así como para el propio índice global S&P MILA PACIFIC ALLIANCE, mientras que el modelo SARIMAX lo fue para el índice SPLIMAGENERAL.

Los estadísticos descriptivos básicos en los precios de cierre de las series latinoamericanas mencionadas se pueden apreciar en la Tabla 5.



**Tabla 5. Estadísticos descriptivos básicos en los índices de Latinoamérica**

Estadísticos	SPMILAPACI FIC	SPBMVIP C	COLCAP	SPCLXIPS A	SPLIMAGEN ERAL
Tamaño de muestra	57	57	57	57	57
Media	319.0800	44396.1900	1317.4300	4245.5800	19073.2000
Desviación Estándar	47.1900	6107.8100	168.8300	406.1100	2322.3300
Mínimo	209.8600	33075.4100	919.5900	3077.1800	13538.7900
Percentil 25	268.2000	37876.4900	1192.0800	3990.9500	17678.7400
Percentil 50	342.8100	44683.5500	1317.0800	4291.3600	19600.8800
Percentil 75	353.8600	50268.4500	1394.2200	4538.8000	20763.0800
Máximo	374.9800	53202.1100	1661.2100	4996.1900	22944.8800

**Nota:** *Elaboración propia mediante Investing (2021), implementado en python.*

En la Tabla 5, se percibe un tamaño de muestra de 57 quincenas, la cual es representativa estadísticamente, posteriormente se prosigue a observar el comportamiento de los rendimientos en cada serie, como se muestra en la Gráfica 1.



Gráfica 1. Nota: Rendimientos de las series de Latinoamérica. Elaboración propia mediante Investing (2021), implementado en python.

La Gráfica 1, muestra el comportamiento histórico quincenal de los rendimientos logarítmicos en las series de Latinoamérica, donde se observa la mayor caída en marzo de 2020. Los estadísticos descriptivos de los rendimientos se muestran en la Tabla 6.

**Tabla 6. Estadísticos descriptivos básicos de los rendimientos en los índices de Latinoamérica**

Concepto	S&P MILA PACIFIC ALLIANCE	S&P BMV IPC	COLC AP	S&P CLX IPSA	S&P LIMA GENERAL
Rendimiento esperado quincenal	0.07%	0.33%	-0.10%	0.04%	0.24%
Desviación estándar quincenal	6.98%	4.01%	8.16%	6.72%	5.75%
Beta	1	50.31%	99.32%	73.66 %	59.32%
Tasa de referencia promedio de Latinoamérica quincenal	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%
Índice de Sharpe	-1.40%	4.19%	-3.20%	-1.83%	1.27%

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

En la Tabla 7, se observan los rendimientos esperados quincenales para cada índice latinoamericano analizado, así como su riesgo asociado, de igual forma al ser siempre las betas de los componentes del índice S&P MILA PACIFIC ALLIANCE menores a la unidad, los índices latinoamericanos son poco volátiles, en cuanto a la tasa de referencia promedio de Latinoamérica se consideró la promedio de los mercados financieros emergentes analizados, al calcular el índice de Sharpe de cada serie se observa que únicamente son positivos los correspondientes al mercado mexicano y el peruano, por lo que se procede a la construcción de la matriz de correlación y de varianzas y covarianzas solo con ellos, como se muestra en la Tabla 7 y 8 respectivamente.

**Tabla 7. Matriz de correlación México-Perú**

Correlación	S&P BMV IPC	S&P LIMA GENERAL
S&P BMV IPC	1	0.6272
S&P LIMA GENERAL	0.6272	1

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

**Tabla 8. Matriz de varianzas y covarianzas México-Perú**

Varianzas-Covarianzas	S&P BMV IPC	S&P LIMA GENERAL
S&P BMV IPC	0.0016	0.0014
S&P LIMA GENERAL	0.0014	0.0033

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

A partir de las Tablas 7 y 8, se identifica una relación directa entre los mercados de México y Perú, evidenciada por una correlación positiva, mientras que las varianzas y covarianzas registradas son de baja magnitud, lo que refleja la limitada volatilidad que estos mercados han mostrado durante el periodo analizado. Esta estabilidad sugiere que ambos mercados han mantenido un comportamiento similar, minimizando riesgos asociados a fluctuaciones abruptas. El análisis resalta la importancia de considerar estos factores al evaluar las interacciones entre los mercados financieros de ambos países en futuros estudios o decisiones estratégicas.

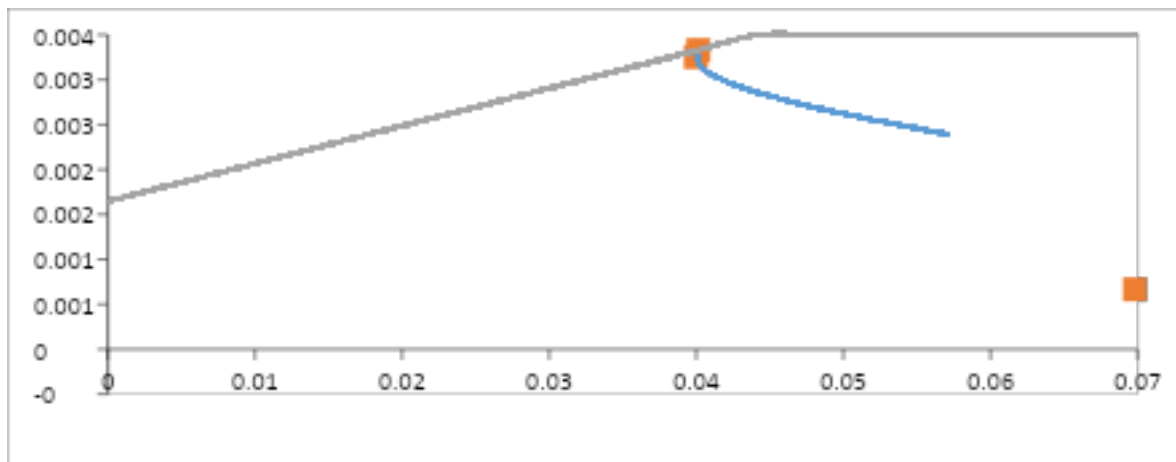
La Tabla 9 muestra un resumen del análisis de rendimiento quincenal en los portafolios de inversión latinoamericanos.

**Tabla 9. Rendimiento quincenal para los portafolios latinoamericanos**

Rendimiento esperado Markowitz	0.0032
Rendimiento esperado Sharpe	0.0033
Rendimiento pronosticado ARIMA considerando las ponderaciones de Markowitz	-0.0050
Rendimiento pronosticado ARIMA considerando las ponderaciones de Sharpe	-0.0056
Rendimiento pronosticado SARIMAX considerando las ponderaciones de Markowitz	0.0040
Rendimiento pronosticado SARIMAX considerando las ponderaciones de Sharpe	0.0071
Rendimiento real considerando las ponderaciones de Markowitz	-0.0085
Rendimiento real considerando las ponderaciones de Sharpe	-0.0066

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

La Tabla 9 presenta una síntesis detallada del análisis realizado sobre los portafolios de inversión en mercados latinoamericanos, destacándose los modelos ARIMA como los más precisos en sus pronósticos. Estos modelos fueron los únicos que anticiparon con éxito una pérdida real durante la quincena inmediata, lo que resalta su capacidad predictiva en escenarios de volatilidad. De manera complementaria, la Gráfica 2 ofrece una representación visual de los portafolios de inversión óptimos, en comparación con el índice global S&P MILA PACIFIC ALLIANCE, proporcionando una herramienta eficaz para la evaluación del rendimiento de las estrategias de inversión en la región.



Gráfica 2. Nota: Frontera eficiente de los portafolios de inversión de Latinoamérica. Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

En la Gráfica 2, se presentan los portafolios óptimos según los enfoques de Markowitz (en el vértice de la parábola) y Sharpe (en el punto de tangencia), junto con el portafolio del índice global, que se posiciona fuera de la parábola. Es relevante destacar que ambos portafolios óptimos logran rendimientos superiores al índice global, todo ello bajo un menor nivel de riesgo, medido por la desviación estándar. Las distribuciones de inversión de estos portafolios óptimos, tanto de Markowitz como de Sharpe, para los países emergentes se encuentran detalladas en las Tablas 10 y 11.



Este análisis subraya la eficiencia de los portafolios óptimos en términos de la relación riesgo-rendimiento en comparación con el índice global, lo que pone de manifiesto la importancia de la selección adecuada de activos al configurar una cartera de inversión.

**Tabla 10. Ponderaciones de inversión del portafolio de Markowitz para Latinoamérica**

Índice	Wi	Rendimiento esperado quincenal	Beta
S&P BMV IPC	0.9189	0.0033	0.5031
S&P LIMA GENERAL	0.0810	0.0023	0.5932
Suma	1.0000	Beta del portafolio	0.5104
Rendimiento esperado quincenal del portafolio	0.0032	Desviación estándar quincenal del portafolio	0.0399

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

**Tabla 11. Ponderaciones de inversión del portafolio de Sharpe para Latinoamérica**

Índice	Wi	Rendimiento esperado quincenal	Beta
S&P BMV IPC	1.0000	0.0033	0.5031
Suma	1.0000	Beta del portafolio	0.5031
Rendimiento esperado quincenal del portafolio	0.0033	Desviación estándar quincenal del portafolio	0.0401

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

En las Tablas 10 y 11 se encuentran las ponderaciones óptimas de inversión de los portafolios de Markowitz y de Sharpe respectivamente a través del optimizador “solver” de excel, ponderaciones que fueron utilizadas posteriormente para el cálculo de los rendimientos, asimismo, en ambos portafolios se observa que son de bajo riesgo al tener betas por debajo de la unidad.

Para el caso europeo se trabajó con el mismo periodo de muestra a partir del 29/11/2019 al 21/01/2022 considerando observaciones quincenales, los últimos 5 precios de cierre se muestran en la Tabla 12.

En las Tablas 10 y 11 se presentan las ponderaciones óptimas de inversión correspondientes a los portafolios de Markowitz y Sharpe, calculadas mediante el optimizador "solver" de Excel. Dichas

ponderaciones fueron utilizadas posteriormente para determinar los rendimientos esperados. Ambos portafolios se caracterizan por un perfil de bajo riesgo, evidenciado por sus betas inferiores a uno, lo que indica una menor volatilidad en comparación con el mercado.

En el análisis para el mercado europeo, se trabajó con un horizonte temporal que abarca desde el 29 de noviembre de 2019 hasta el 21 de enero de 2022, con observaciones quincenales. Los cinco últimos precios de cierre para este periodo se presentan en la Tabla 12, proporcionando una referencia clave para la evaluación final del comportamiento de los activos en este mercado.

**Tabla 12. Precios de cierre en los índices de Europa**

Fecha	EUROST OXX50	SP 500	FTSE 100	IBEX 35	DAX	CAC 40	FTSEITAL Y
26/11/2021	4089.5800	4594.6200	7044.0300	8402.7000	15257.0400	6739.7300	28321.4800
10/12/2021	4199.1600	4712.0200	7291.7800	8360.2000	15623.3100	6991.6800	29284.1200
23/12/2021	4265.8600	4725.7900	7373.3400	8563.7000	15756.3100	7106.1500	29558.2800
07/01/2022	4305.8300	4677.0300	7485.2800	8751.8000	15947.7400	7219.4800	30166.9700
21/01/2022	4229.5600	4397.9400	7494.1300	8694.7000	15603.8800	7068.5900	29496.4100

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), implementado en python.

La Tabla 12 presenta los cinco precios de cierre más recientes de los principales índices europeos. En el análisis de cada índice, se emplearon las métricas de error RMSE y MSE para evaluar la precisión de los modelos predictivos. A partir de estos cálculos, se determinaron los parámetros óptimos para los modelos ARIMA y SARIMAX, cuyos resultados se muestran en las Tablas 13 y 14. Estos resultados permiten una evaluación clara del comportamiento de cada modelo en relación con su capacidad para proyectar los movimientos del mercado con mayor precisión.

**Tabla 13. RMSE, MSE y parámetros de los modelos ARIMA para los índices de Europa**

Métrica	EUROSTO XX50	SP500	FTSE100	IBEX35	DAX	CAC40	FTSEITA LY
RMSE	0.0202	0.0728	0.0070	0.0114	0.0246	0.0242	0.0250
MSE	0.0004	0.0053	0.0000	0.0001	0.0006	0.0005	0.0006
Parámetros	(0,1,0)	(0,1,2)	(0,1,0)	(0,1,1)	(0,1,0)	(0,1,0)	(0,1,0)

**Nota:** Elaboración propia mediante python.



**Tabla 14. RMSE, MSE y parámetros de los modelos SARIMAX para los índices de Europa**

Métrica	EUROST OXX 50	SP500	FTSE100	IBEX35	DAX	CAC40	FTSEITAL Y
RMSE	0.0207	0.0286	0.0187	0.0328	0.0044	0.0663	0.0637
MSE	0.0004	0.0008	0.0003	0.0010	0.0000	0.0044	0.0040
Parámetros	(0,1,0) (0,1,1,12)	(0,1,2) (0,1,1,12)	(0,1,0) (0,1,0,12)	(0,1,0) (0,1,0,12)	(0,1,0) (0,1,1,12)	(0,1,0) (0,1,0,12)	(0,1,0) (0, 1, 0, 12)

**Nota:** Elaboración propia mediante python.

En las Tablas 13 y 14 se presentan los resultados obtenidos para las métricas de error RMSE y MSE, junto con los parámetros óptimos de los modelos ARIMA y SARIMAX, calculados mediante la función `autoarima` de Python. Es relevante señalar que el último parámetro del modelo SARIMAX se refiere a la variable exógena "X", representada por un MA (12). Se observan menores errores con el modelo SARIMAX para los índices SP500 y DAX, mientras que, para los demás índices, el modelo ARIMA muestra un mejor rendimiento. Posteriormente, se pronostican los precios de cierre para la quincena siguiente utilizando estos modelos econométricos, cuyos valores reales se detallan en la Tabla 15.

**Tabla 15. RMSE, MSE y parámetros de los modelos SARIMAX para los índices de Europa**

Fecha	EURO STOXX 50	SP 500	FTSE 100	IBEX 35	DAX	CAC40	FTSE ITALY	Modelo
04/02/2022	4239.6000	4387.840 0	7496.780 0	8648.680 0	15649.79 00	7091.320 0	29573.9100	ARIMA
04/02/2022	4247.1600	4417.370 0	7506.090 0	8799.300 0	15789.50 00	6926.920 0	29666.8900	SARIMA X
04/02/2022	4141.0200	4477.440 0	7528.840 0	8689.400 0	15368.47 00	7005.630 0	28975.2200	Real

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), implementado en python.

La Tabla 15 muestra que, al comparar los valores reales con los modelos econométricos propuestos, los modelos ARIMA resultaron ser más precisos en predecir los precios de cierre para los índices IBEX35, DAX, FTSEITALY y EUROSTOXX. Por otro lado, el modelo SARIMAX proporcionó un ajuste más adecuado para los pronósticos de otros índices. En cuanto

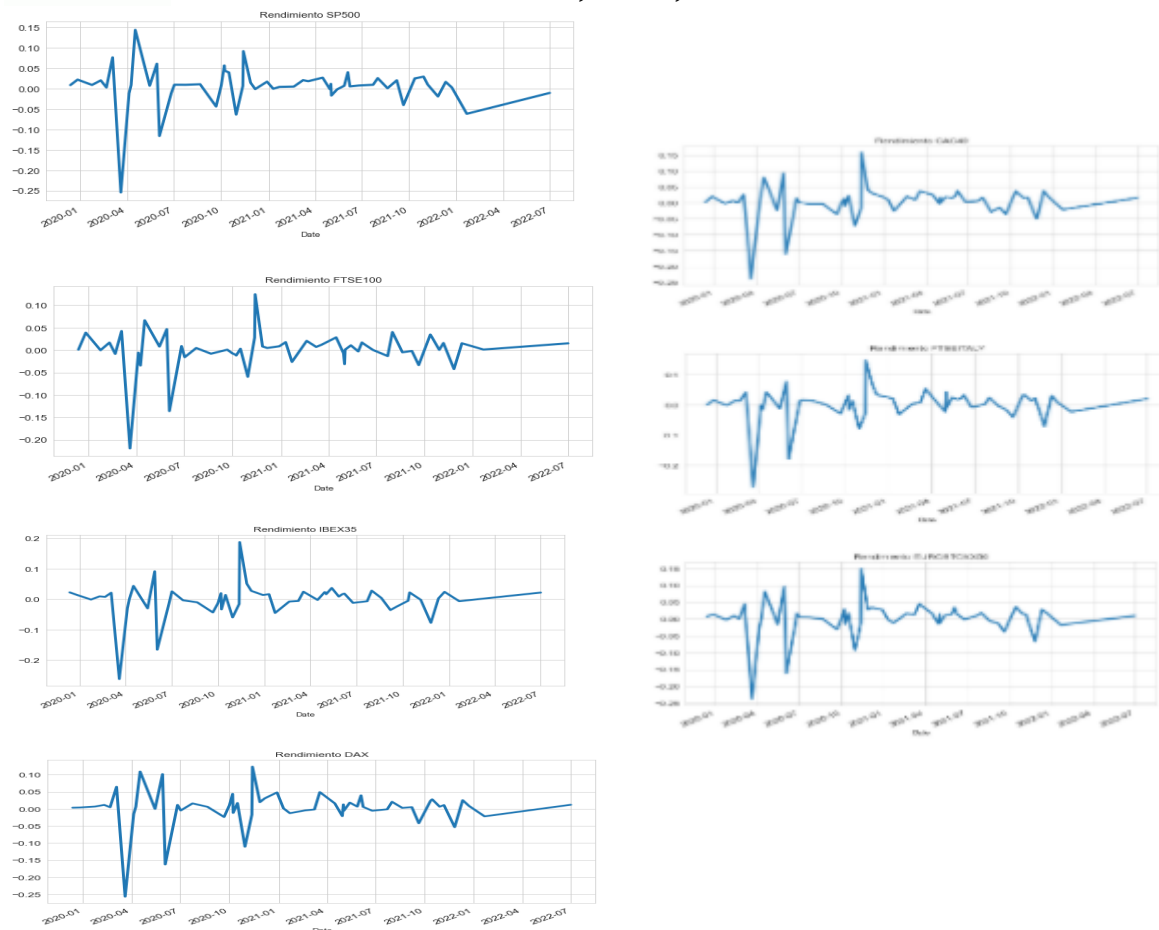
a los estadísticos descriptivos básicos de los precios de cierre de las series europeas mencionadas, estos se detallan en la Tabla 16.

**Tabla 16. Estadísticos descriptivos básicos en los índices de Europa**

Estadísticos	EUROSTOX X 50	SP	FTSE	IBEX	DAX	CAC	FTSEITALY
		500	100	35		40	
Tamaño de muestra	57	57	57	57	57	57	57
Media	3663.0200	3739.2700	6690.4400	8226.0100	13772.9300	5791.3500	24847.3200
Desviación Estándar	475.7100	630.7900	640.3000	998.9500	1785.4500	869.1300	3617.5300
Mínimo	2548.5000	2304.9200	5190.7800	6443.3000	8929.9500	4048.8000	17171.5500
Percentil 25	3259.7500	3265.3500	6105.1800	7292.7000	12764.8000	4956.4300	21526.6900
Percentil 50	3731.0700	3727.0400	6873.2600	8407.7000	13761.3800	5919.0200	25478.2200
Percentil 75	4070.5600	4357.0400	7138.3500	8915.3000	15519.9800	6529.4200	27583.6600
Máximo	4370.3300	4725.7900	7644.9000	9886.2000	16094.0700	7219.4800	30399.7200

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), implementado en python.

En la Tabla 16 se observa un tamaño de muestra de 57 quincenas, considerado estadísticamente representativo. Posteriormente, se procede a analizar el comportamiento de los rendimientos en cada serie, tal como se ilustra en la Gráfica 3. Este análisis permite identificar patrones relevantes y tendencias que pueden influir en la interpretación de los resultados financieros obtenidos.



*Gráfica 3. Nota: Rendimientos de las series de Europa. Elaboración propia mediante Investing (2021), implementado en python.*

La Gráfica 3 ilustra el comportamiento histórico quincenal de los rendimientos logarítmicos en las series de índices europeos, destacando una pronunciada disminución hacia finales de marzo de 2020, coincidiendo con eventos de impacto global. Los estadísticos descriptivos correspondientes a estos rendimientos, incluidos medidas como la media, desviación estándar y sesgo, se encuentran detallados en la Tabla 17, ofreciendo una visión cuantitativa del comportamiento del mercado en ese periodo.

**Tabla 17. Estadísticos descriptivos básicos de los rendimientos en los índices de Europa**

	<b>EURO STOXX 50</b>	<b>S&amp;P 500</b>	<b>FTSE 100</b>	<b>IBEX 35</b>	<b>DAX</b>	<b>CAC4 0</b>	<b>FTSE ITALY</b>
Rendimiento esperado quincenal	0.24%	0.60%	0.04%	-0.13%	0.29%	0.32%	0.26%
Desviación estándar quincenal	5.27%	5.11%	4.48%	5.62%	5.51%	5.25%	5.65%
Beta	1	87.35 %	78.85%	100.83 %	102.63%	98.06 %	104.13 %
SOFR quincenal	0.21%	0.21%	0.21%	0.21%	0.21%	0.21%	0.21%
Índice de Sharpe	0.54%	7.69%	-3.85%	-6.02%	1.55%	2.15%	0.95%

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

La Tabla 17 presenta los rendimientos quincenales proyectados y el riesgo asociado para cada índice europeo analizado. Los índices IBEX 35, DAX y FTSEITALY exhiben betas superiores a uno, lo que sugiere una mayor volatilidad en comparación con el mercado. Se seleccionó la tasa SOFR como referencia debido a los recientes problemas relacionados con la manipulación de la LIBOR en Europa. Al calcular el índice de Sharpe, solo los índices S&P500, DAX, CAC40 y FTSEITALY obtuvieron valores positivos, lo que indica una relación favorable entre riesgo y rendimiento. A partir de estos resultados, se construyó una matriz de correlación, además de las matrices de varianzas y covarianzas, utilizando exclusivamente estos índices. Los resultados de dichos análisis se encuentran en las Tablas 18 y 19.

**Tabla 18. Matriz de correlación S&P500, DAX, CAC40 y FTSEITALY**

<b>Correlación</b>	<b>S&amp;P 500</b>	<b>DAX</b>	<b>CAC40</b>	<b>FTSE ITALY</b>
<b>S&amp;P 500</b>	1	0.9276	0.8834	0.8607
<b>DAX</b>	0.9276	1	0.9550	0.9515
<b>CAC40</b>	0.8834	0.9550	1	0.9679
<b>FTSE ITALY</b>	0.8607	0.9515	0.9679	1

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

**Tabla 19. Matriz de varianzas y covarianzas S&P500, DAX, CAC40 y FTSEITALY**

VAR COVAR	S&P 500	DAX	CAC40	FTSE ITALY
S&P 500	0.0026	0.0026	0.0023	0.0024
DAX	0.0026	0.0030	0.0027	0.0029
CAC40	0.0023	0.0027	0.0027	0.0028
FTSE ITALY	0.0024	0.0029	0.0028	0.0031

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

Las Tablas 18 y 19 destacan una relación directa significativa entre los índices S&P 500, DAX, CAC 40 y FTSEITALY, caracterizada por una correlación positiva elevada, así como mayores valores de varianza y covarianza en comparación con los índices de América Latina. Este comportamiento sugiere una mayor sincronización entre los mercados europeos y estadounidenses. Por su parte, la Tabla 20 proporciona un resumen detallado del análisis de rendimiento quincenal de los portafolios de inversión europeos, permitiendo una visión clara de las fluctuaciones de los activos y su comportamiento en el corto plazo.

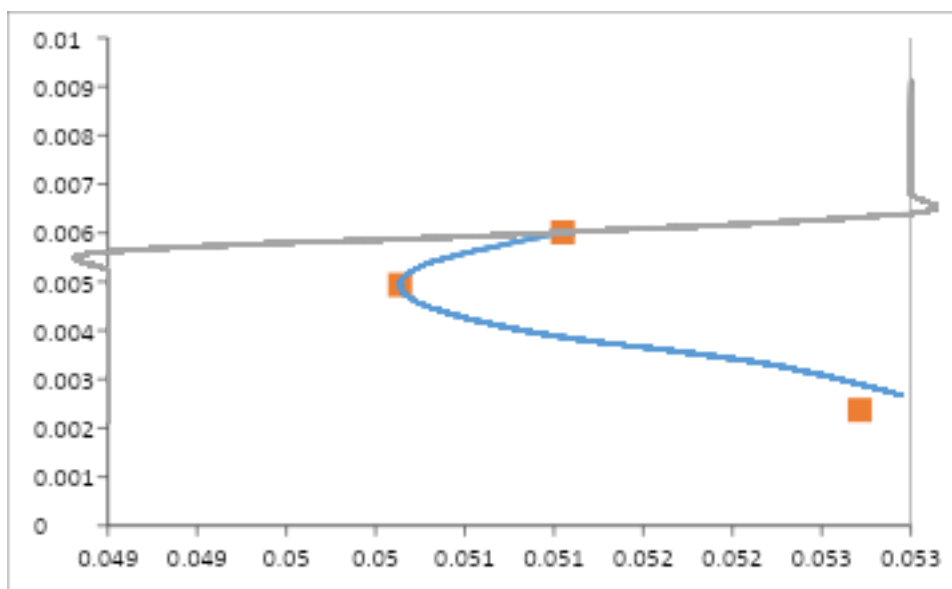
**Tabla 20. Rendimiento quincenal para los portafolios europeos**

Rendimiento esperado Markowitz	0.0049
Rendimiento esperado Sharpe	0.0060
Rendimiento pronosticado ARIMA considerando las ponderaciones de Markowitz	-0.0004
Rendimiento pronosticado ARIMA considerando las ponderaciones de Sharpe	-0.0022
Rendimiento pronosticado SARIMAX considerando las ponderaciones de Markowitz	-0.0050
Rendimiento pronosticado SARIMAX considerando las ponderaciones de Sharpe	0.0044
Rendimiento real considerando las ponderaciones de Markowitz	0.0076
Rendimiento real considerando las ponderaciones de Sharpe	0.0179

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

La Tabla 20 ofrece un resumen detallado del análisis de los portafolios de inversión europeos, señalando que los modelos tradicionales de Markowitz y Sharpe, sin la incorporación de pronósticos econométricos, muestran una mayor congruencia con los rendimientos reales observados en la quincena más reciente. Por otro lado, la Gráfica 4 muestra la frontera eficiente

de estos portafolios, proporcionando una visualización clara de la relación entre riesgo y retorno esperados para las diferentes combinaciones de activos dentro del mercado europeo.



Gráfica 4. Nota: Frontera eficiente de los portafolios de inversión de Europa. Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

En la Gráfica 4, se muestra en el vértice de la parábola el portafolio de Markowitz, en la tangencia el de Sharpe y fuera de la parábola el índice EUROSTOXX50, se observa que prácticamente los tres consideran el mismo nivel de riesgo, sin embargo, el rendimiento esperado del portafolio de Sharpe es superior debido a que compensa de mejor forma la relación riesgo-rendimiento. Las ponderaciones de inversión en los portafolios óptimos de Markowitz y Sharpe para los países desarrollados se pueden apreciar en las Tablas 21 y 22.

**Tabla 21. Ponderaciones de inversión del portafolio de Markowitz para Europa**

Índice	Wi	Rendimiento esperado quincenal	Beta
S&P 500	0.6160	0.0060	0.8735
CAC40	0.3839	0.0032	0.9806
Suma	1.0000	Beta del portafolio	0.9147
Rendimiento esperado quincenal del portafolio	0.0049	Desviación estándar quincenal del portafolio	0.0501

**Nota:** Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.

**Tabla 22. Ponderaciones de inversión del portafolio de Sharpe para Europa**

Índice	Wi	Rendimiento esperado quincenal	Beta
S&P 500	1.0000	0.0060	0.8735
Suma	1.0000	Beta del portafolio	0.8735
Rendimiento esperado quincenal del portafolio	0.0060	Desviación estándar quincenal del portafolio	0.0510

**Nota:** *Elaboración propia mediante Investing (2021), con excel.*

En las Tablas 21 y 22 se encuentran las ponderaciones óptimas de inversión de los portafolios de Markowitz y de Sharpe respectivamente a través del optimizador “solver” de excel, ponderaciones que fueron utilizadas posteriormente para el cálculo de los rendimientos, asimismo, en ambos portafolios se observa que son de bajo riesgo al tener betas por debajo de la unidad.

En las Tablas 21 y 22 se presentan las ponderaciones óptimas de los portafolios contruidos según los modelos de Markowitz y Sharpe, obtenidas mediante el optimizador "Solver" de Excel. Estas ponderaciones fueron utilizadas para calcular los rendimientos esperados. Cabe destacar que ambos portafolios muestran características de bajo riesgo, dado que sus betas se encuentran por debajo de la unidad, lo que indica una menor volatilidad en comparación con el mercado en general.

## 5. Conclusiones

Este estudio ha realizado un análisis financiero de los mercados bursátiles en países desarrollados y emergentes. Utilizando una muestra quincenal, se pronosticaron los precios de cierre de los índices mediante los modelos econométricos ARIMA y SARIMAX. Los resultados muestran que los modelos ARIMA ofrecieron buenos pronósticos para los países emergentes, al anticipar rendimientos negativos y estimar pérdidas de manera cercana a las registradas, especialmente para la quincena siguiente. En cuanto al análisis de portafolios, el modelo de menor riesgo de Markowitz asignó una mayor ponderación a México en comparación con Perú, mientras que el portafolio de máximo rendimiento también se concentró exclusivamente en México. Esto sugiere



que, aunque Latinoamérica ha experimentado importantes impactos económicos, México ha mostrado una menor afectación entre los países emergentes estudiados.

En el caso de los países desarrollados, los modelos econométricos ARIMA y SARIMAX no lograron generar pronósticos fiables debido a la mayor complejidad y estabilidad de estos mercados, donde las fluctuaciones son más sutiles y menos predecibles mediante estos enfoques. Sin embargo, los modelos tradicionales de optimización de portafolios, como los de Markowitz y Sharpe, demostraron ser más adecuados para estos mercados, ya que permitieron identificar combinaciones óptimas de activos que maximizaron el rendimiento ajustado por riesgo. Esto refleja la relevancia de utilizar herramientas de optimización más avanzadas en mercados maduros, donde los movimientos de precios y la volatilidad responden a factores estructurales y globales de manera más estable que en los mercados emergentes. Este hallazgo subraya la necesidad de adaptar las estrategias de inversión en función de las características específicas de cada mercado, aprovechando las fortalezas de los modelos tradicionales en economías desarrolladas.

En cuanto a los índices S&P500, FTSE100 y CAC40 el mejor pronóstico en su precio de cierre fue el modelo SARIMAX, por lo que dichos resultados no son consistentes con los encontrados por Parisi y Guerrero (2003), pero sí lo son con los de Abunofal et al. (2021) en cuanto a la viabilidad del modelo para pronóstico de precios de cierre futuros.

Se observó una mayor afectación en los países emergentes dado que siempre los portafolios obtuvieron rendimientos negativos, donde tuvieron un mejor ajuste los modelos ARIMA, es decir, pudieron predecir satisfactoriamente la pérdida futura en el corto plazo, mientras que en los países desarrollados siempre se mantuvieron los rendimientos positivos, indicando una menor afectación por la pandemia en comparación con Latinoamérica.

Estos hallazgos son consistentes con las investigaciones de Galsband y Nistchka (2013) y Dobrynskaya (2015), quienes también documentaron diferencias significativas en los rendimientos entre los mercados bursátiles de países desarrollados y emergentes. Para futuras investigaciones, sería pertinente extender el periodo de pronóstico más allá del corto plazo,





aunque se reconoce que el riesgo de error aumenta con la duración del horizonte proyectado. Asimismo, sería interesante explorar distintos intervalos temporales, más allá de la frecuencia quincenal, tanto para los países desarrollados como emergentes.

## 6. Referencias

- Abunofal M., Poshia, N., Qussous, R., y Weidlich, A. (2021). Comparative analysis of electricity market prices based on different forecasting methods, IEEE Madrid PowerTech, Conference Proceedings 9495034
- Basmadjian R., Shaafieyoun, A., Julka, S. (2021). Day-Ahead Forecasting of the Percentage of Renewables Based on Time-Series Statistical Methods, *Energies*, 14(21), 1-23. <https://doi.org/10.3390/en14217443>
- Begoña, F. B. (2004). Estrategias especulativas óptimas con opciones. *Revista Española De Financiación y Contabilidad*. 33(120), 161–203.
- Brusokas, J., Pedersen, T.B., Siknis, L., Zhang, D., Chen, K. (2021). HeatFlex: Machine learning based data-driven flexibility prediction for individual heat pumps, e-Energy, Proceedings of the 2021 12<sup>th</sup> ACM International Conference on Future Energy Systems, 160-170.
- Dobrynskaya, V. (2015). Upside and downside risks in momentum returns. Working paper BRP 50/FE/2015. National Research University Higher School of Economics, pp. 1-66.
- Dutta, J., y Roy, S. (2021). IndoorSense: context based indoor pollutant prediction using SARIMAX model, *Multimedia Tools and Applications*, 80(13), 19989-20018. DOI: 10.1007/s11042-021-10666-w
- Galsband, V. y Nitschka T. (2013). Currency excess returns and global downside market risk. Swiss National Bank Working Papers 2013-7, pp. 1-47.
- Investing, (2021). Indices, Recuperado de: <https://www.investing.com/indices> [Consultado el 25 de diciembre de 2021]
- Jain, A., Sukhdeve, T., Gadia, H., Sahu, S.P., Verma, S. (2021). COVID19 Prediction using Time Series Analysis, Proceedings International Conference on Artificial Intelligence and Smart Systems, ICAIS 2021, 9395877, 1599-1606
- Kim, B., Suh, D., Otto, M. O., Huh, J. S. (2021). A Novel Hybrid Spatio-Temporal
- Lintner, J. (1966). The Valuation of risky Assets: The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, pp. 13-17. <https://doi.org/10.2307/1924119>



- Markowitz, Harry M. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, vol. 7, pp. 77-91.  
<https://doi.org/10.2307/2975974>
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, vol. 34, pp.768-783.  
<https://doi.org/10.2307/1910098>
- Parisi F., y Guerrero C. (2003). Modelos predictivos de redes neuronales en índices bursátiles. *El Trimestre Económico*. 70(4), 721–744.
- Pooniwala, N., y Sutar, R. (2021). Forecasting Short-Term Electric Load with a Hybrid of ARIMA Model and LSTM Network, International Conference on Computer Communication and Informatics, ICCCI 2021, 9402461.
- Prilistya, S., Permanasari, A.E., Fauziati, S. (2021). The Effect of The COVID-19 Pandemic and Google Trends on the Forecasting of International Tourist Arrivals in Indonesia, IEEE Region 10 Symposium.
- Sharpe, W. F. (1970). Portfolio Theory and Capital Markets. New York: McGraw Hill.
- Sharpe, W. F. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, vol. 9, pp. 277-293. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277>
- Tobin, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *Management Science*, vol. 6, pp. 65-86.
- Treynor, J. I. (1962). Toward a Theory of the Market Value of Risky Assets. Unpublished Manuscript. Finally published in 1989 en Asset Pricing and Portfolio Performance. R. A. Korajkzic. Londres: Risk Books. pp. 15-22.