



Teoría de gauge discreta y formación relacional del valor: una propuesta para el análisis económico del trueque

Alfredo Raya Montaña

Facultad de Ingeniería Eléctrica
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
alfredo.raya@umich.mx

Jennifer López Chacón

Facultad de Biología
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
jennifer.lopez@umich.mx

Adrián Alonso López

Facultad de Biología
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
adrian.alonso.lopez@umich.mx

Resumen:

El trueque constituye una forma de intercambio en la que el valor se establece mediante relaciones directas entre bienes, sin requerir una unidad monetaria común. Esta característica dificulta su análisis mediante modelos basados exclusivamente en precios absolutos. El objetivo de este trabajo es desarrollar una propuesta teórico-metodológica para modelar sistemas de trueque mediante la teoría de gauge discreta. La formulación representa los bienes como vértices de un grafo dirigido y las razones de intercambio como variables asociadas a sus aristas. A partir de esta estructura se definen transformaciones de gauge, caminos, holonomías y curvaturas sobre ciclos cerrados. La curvatura nula indica que las equivalencias locales pueden integrarse en una escala global de valores relativos, mientras que una curvatura distinta de cero revela dependencia de trayectoria. A diferencia de su interpretación financiera habitual, esta última no se considera necesariamente una oportunidad de arbitraje o una ineficiencia, sino una posible expresión de heterogeneidad, negociación, escasez, perecibilidad, reciprocidad y contexto social. La propuesta ofrece un marco formal para estudiar la formación relacional del valor en intercambios no monetarios y establece una base para futuras aplicaciones empíricas en mercados comunitarios.

Palabras Clave: trueque; teoría de gauge discreta; valor relacional; curvatura; redes de intercambio.

Códigos JEL: B41, C65, D46, D51, D85.



Discrete gauge theory and relational value formation: a proposal for the economic analysis of barter

Abstract:

Barter constitutes a form of exchange in which value is established through direct relationships among goods, without requiring a common monetary unit. This characteristic makes its analysis difficult using models based exclusively on absolute prices. The objective of this work is to develop a theoretical and methodological proposal for modeling barter systems using a discrete gauge theory. The formulation represents goods as vertices of a directed graph and exchange rates as variables associated with its edges. From this structure, gauge transformations, paths, holonomies, and curvatures are defined on closed cycles. Zero curvature indicates that local equivalences can be integrated into a global scale of relative values, while non-zero curvature reveals path dependence. Unlike its usual financial interpretation, the latter is not necessarily considered an arbitrage opportunity or an inefficiency, but rather a possible expression of heterogeneity, negotiation, scarcity, perishability, reciprocity, and social context. The proposal offers a formal framework for studying the relational formation of value in non-monetary exchanges and establishes a basis for future empirical applications in community markets.

Keywords: barter; discrete gauge theory; relational value; curvature; exchange networks.

JEL Codes: B41, C65, D46, D51, D85.



1. Introducción

El trueque es una forma de intercambio directo en la que los bienes se transfieren sin que el dinero intervenga necesariamente como medio de pago. Aunque con frecuencia se considera una práctica residual o anterior a la economía monetaria, continúa vigente en mercados comunitarios, redes de intercambio y plataformas contemporáneas. Su persistencia muestra que constituye una modalidad económica con características propias y no solamente una forma incompleta de mercado (Luque et al., 2024).

En los sistemas de trueque, la equivalencia no siempre se establece a partir de un precio previamente definido. El valor se construye en la relación entre los bienes, las necesidades de los participantes y las condiciones concretas del intercambio. En las comunidades purépechas de Michoacán, estas prácticas se relacionan con el abastecimiento, la reciprocidad, la subsistencia y la reproducción de vínculos comunitarios, por lo que su significado trasciende la dimensión estrictamente monetaria (Argueta Prado & Cortez Noyola, 2016; Arellanes Cancino & Ayala Ortiz, 2016).

Esta característica plantea un problema para el análisis económico: si los bienes se intercambian mediante equivalencias locales y negociadas, no siempre es posible representar todo el sistema mediante una única escala de valor. Una equivalencia directa entre dos productos puede diferir de la obtenida a través de una secuencia de intercambios intermediarios. Por ello, además de estimar cuánto vale cada bien, resulta necesario analizar la consistencia de las relaciones que conforman la red de trueque.

La teoría de gauge ofrece herramientas para estudiar sistemas definidos mediante relaciones de conversión. En sus aplicaciones económicas y financieras, los precios o tipos de cambio se interpretan como conexiones, mientras que los productos acumulados alrededor de ciclos cerrados constituyen cantidades invariantes asociadas con la curvatura (Young, 1999; Raya et al., 2025). Su formulación discreta permite trasladar estos conceptos a grafos compuestos por vértices, aristas, caminos y ciclos (Dimakis & Müller-Hoissen, 1994).



A partir de este marco, el trueque puede representarse como una red dirigida en la que los bienes constituyen los vértices y las razones de intercambio se asignan a las aristas. Los ciclos permiten evaluar si las equivalencias directas e indirectas son compatibles. Una curvatura nula indicaría consistencia entre las rutas de intercambio, mientras que una curvatura distinta de cero mostraría dependencia de trayectoria.

El objetivo de este artículo es desarrollar una propuesta teórico-metodológica basada en teoría de gauge discreta para modelar las relaciones de intercambio en sistemas de trueque. Se propone interpretar la curvatura no únicamente como una oportunidad de arbitraje, sino como una medida de la formación relacional del valor, capaz de reflejar heterogeneidad, negociación, escasez, reciprocidad y contexto social.

2. Trueque y formación relacional del valor

2.1. El trueque como sistema de intercambio

El trueque consiste en el intercambio directo de bienes o servicios sin la intervención necesaria del dinero. Sin embargo, su funcionamiento no implica ausencia de valoración. Cada operación supone una equivalencia aceptada entre bienes distintos, determinada por las cantidades ofrecidas, las necesidades de los participantes y las condiciones en las que se realiza el intercambio. Incluso en modelos centralizados, la asignación de bienes debe procurar cierta correspondencia entre el valor entregado y el recibido, aunque encontrar distribuciones equilibradas puede representar un problema matemático complejo (Luque et al., 2024).

En las comunidades purépechas de Michoacán, el trueque constituye una práctica histórica que permanece activa en espacios comerciales, cotidianos y ceremoniales. Su continuidad no se explica únicamente por la falta de dinero, sino por su capacidad para facilitar el abastecimiento, fortalecer la reciprocidad y reproducir relaciones comunitarias. Por ello, estas prácticas mantienen una lógica económica compatible con el mercado, pero sustentada en una concepción distinta de las relaciones sociales y del intercambio (Argueta Prado & Cortez Noyola, 2016).

2.2. El valor como relación de intercambio



En una economía monetaria, los bienes pueden compararse mediante precios expresados en una unidad común. En el trueque, en cambio, el valor se manifiesta directamente como una razón entre las cantidades de dos productos. Por ejemplo, una cantidad del bien i puede intercambiarse por una cantidad del bien j , generando una equivalencia específica entre ambos. Esta equivalencia puede variar entre operaciones porque depende de la disponibilidad, calidad, utilidad, perecibilidad y necesidad asociadas con cada bien.

En consecuencia, el valor no debe entenderse únicamente como una propiedad intrínseca del producto, sino como una magnitud relacional construida durante el intercambio. Los bienes adquieren valor respecto de otros bienes y dentro de condiciones sociales y territoriales determinadas. En el tianguis de cambio de Pátzcuaro, por ejemplo, predominan productos agrícolas, pesqueros, recolectados y artesanales vinculados con las actividades productivas regionales. El intercambio funciona como un canal de distribución y abastecimiento para familias campesinas, pescadoras y artesanas (Arellanes Cancino & Ayala Ortiz, 2016).

2.3. Dimensiones sociales y territoriales del valor

La equivalencia entre bienes también puede incorporar factores que no se reflejan directamente en una valoración monetaria. La confianza entre participantes, las relaciones previas, la reciprocidad, el origen del producto y su importancia para la subsistencia pueden modificar las condiciones aceptadas en una transacción. Investigaciones recientes sobre el trueque purépecha señalan su contribución a la seguridad alimentaria, la participación de las mujeres, la conexión con los recursos naturales y el fortalecimiento del tejido social (Arellanes-Cancino et al., 2025).

Esta perspectiva coincide con los estudios sobre soberanía alimentaria purépecha, en los que la producción y circulación de alimentos se analizan como procesos vinculados con conocimientos locales, territorio y relaciones entre naturaleza y cultura (González-Rivadeneira et al., 2022). Así, la formación del valor en el trueque puede considerarse multidimensional: incluye una relación cuantitativa entre bienes, pero también componentes sociales, culturales y territoriales.



Desde esta perspectiva, analizar el trueque requiere estudiar no solo las equivalencias individuales, sino también la forma en que estas se articulan dentro de una red. La consistencia o divergencia entre distintos caminos de intercambio permitirá identificar si existe una estructura global de valores relativos o si las equivalencias dependen del contexto y de la trayectoria seguida.

3. Fundamentos de la teoría de gauge discreta

3.1. Invariancia y elección de referencia

Las teorías de gauge se construyen a partir de la distinción entre las variables que dependen de la convención utilizada para describir un sistema y las cantidades que permanecen invariantes frente a cambios locales de representación. En economía, esta idea resulta pertinente porque los precios y las razones de intercambio no poseen un significado absoluto, sino que se expresan respecto de una unidad de cuenta, un numerario o un bien de referencia. Un cambio en dicha referencia modifica la representación numérica de los valores, pero no necesariamente las relaciones económicas fundamentales.

En los mercados cambiarios, por ejemplo, las tasas de conversión dependen de las unidades monetarias empleadas, mientras que el producto de las tasas a lo largo de un ciclo cerrado permanece inalterado frente a reescalamientos locales. Esta propiedad permitió establecer una correspondencia entre los tipos de cambio y las variables de conexión de una teoría gauge, así como entre las desviaciones acumuladas en ciclos y la curvatura del sistema (Young, 1999; Raya et al., 2025).

La invariancia gauge no significa que todas las representaciones sean idénticas, sino que diferentes elecciones de unidades pueden describir una misma estructura relacional. En el caso del trueque, un producto puede registrarse en kilogramos, piezas, recipientes o porciones. La razón de intercambio cambia numéricamente cuando se modifican estas unidades, pero las conclusiones obtenidas de una trayectoria cerrada deben permanecer independientes de la convención elegida.

3.2. Formulación sobre grafos

La teoría de gauge no requiere necesariamente un espacio continuo. El cálculo diferencial puede formularse sobre conjuntos discretos mediante grafos dirigidos, en los cuales los vértices representan los elementos del sistema y las aristas expresan las relaciones existentes entre ellos. Dimakis y Müller-Hoissen (1994) mostraron que las formas diferenciales, las conexiones y la curvatura pueden definirse sobre espacios discretos de manera consistente con las construcciones utilizadas en el continuo. Sea un grafo dirigido

$$G = (V, E),$$

donde V representa el conjunto de vértices y E el conjunto de aristas orientadas. A cada arista $i \rightarrow j$ se asocia una variable de enlace U_{ij} , que describe el transporte entre los vértices i y j . En una teoría gauge discreta, estas variables desempeñan el papel de conexiones locales y permiten comparar cantidades definidas en diferentes puntos de la red. En la aplicación económica propuesta, los vértices corresponden a bienes y las variables de enlace representarán razones de intercambio. La estructura del grafo no presupone que todos los bienes puedan intercambiarse directamente. Únicamente se incluye una arista cuando existe una relación de intercambio observada, permitida o teóricamente posible.

3.3. Caminos, holonomía y curvatura

Las variables asociadas a las aristas pueden componerse a lo largo de un camino. Para una trayectoria

$$\gamma: i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow \dots \rightarrow i_n,$$

el transporte acumulado se obtiene mediante el producto ordenado de las variables de enlace:

$$U(\gamma) = U_{i_0 i_1} U_{i_1 i_2} \dots U_{i_{n-1} i_n}.$$

Cuando el camino es cerrado, es decir, cuando el vértice inicial coincide con el final, el resultado recibe el nombre de holonomía. En el caso abeliano, puede escribirse como:

$$H(C) = \prod_{(i,j) \in C} U_{ij},$$

donde C representa un ciclo del grafo. La holonomía constituye una cantidad invariante de gauge y permite evaluar si el transporte alrededor de una trayectoria cerrada restituye el valor inicial.

La relación entre holonomía e inconsistencia también aparece en las comparaciones pareadas. Magnot (2017) señala que una estructura de comparaciones multiplicativas es consistente cuando las relaciones directas coinciden con las obtenidas mediante rutas alternativas. Las desviaciones observadas en ciclos pueden interpretarse como holonomías no triviales y, por tanto, como manifestaciones de curvatura discreta. En términos logarítmicos, la curvatura asociada a un ciclo puede expresarse como:

$$F(C) = \ln H(C).$$

Si $H(C) = 1$, entonces $F(C) = 0$, y la conexión se considera plana sobre ese ciclo. En cambio, si $H(C) \neq 1$, el resultado del transporte depende de la trayectoria recorrida.

3.4. Interpretación económica

En las aplicaciones financieras de la teoría de gauge, una curvatura distinta de cero suele vincularse con desviaciones de la condición de no arbitraje. Sin embargo, esta interpretación no debe trasladarse de manera automática al trueque. En una red de intercambio no monetario, la falta de cierre de un ciclo puede reflejar heterogeneidad de preferencias, diferencias en la calidad de los bienes, disponibilidad temporal, costos implícitos, percibibilidad o relaciones sociales entre los participantes.

Por ello, la teoría de gauge discreta se emplea aquí como un marco para estudiar la consistencia y la dependencia de trayectoria de las equivalencias, no tanto como una explicación física del comportamiento económico. Su utilidad reside en identificar qué propiedades dependen de la elección de unidades y cuáles permanecen invariantes, así como en localizar las desviaciones que surgen al comparar intercambios directos e indirectos. Esta formulación permite establecer, en la siguiente sección, un modelo específico del trueque basado en razones de intercambio, transformaciones de gauge y curvaturas definidas sobre ciclos.

4. Propuesta de modelación gauge del trueque

Sea una red de trueque representada por un grafo dirigido

$$G = (V, E),$$

donde cada vértice $i \in V$ corresponde a un bien y cada arista $i \rightarrow j$ representa una relación de intercambio entre los bienes i y j . La orientación de la arista indica el sentido de la conversión, mientras que su peso expresa la cantidad del bien j recibida por una unidad del bien i .

4.1. Razón de intercambio y conexión discreta

Para cada arista $i \rightarrow j$, se define la razón de intercambio

$$q_{ij} > 0,$$

Si x_i unidades del bien i se intercambian por x_j unidades del bien j , entonces

$$q_{ij} = \frac{x_j}{x_i}.$$

Esta cantidad representa una equivalencia local y no un precio absoluto. Su valor depende de las unidades utilizadas y de las condiciones concretas de la transacción. Para facilitar la composición de intercambios sucesivos, se introduce la conexión logarítmica

$$A_{ij} = \ln q_{ij},$$

La formulación logarítmica permite transformar la multiplicación de razones de intercambio en una suma de variables de enlace, de acuerdo con el tratamiento habitual de conexiones abelianas sobre grafos (Dimakis & Müller-Hoissen, 1994; Magnot, 2017).

4.2. Transformación de gauge

Supóngase que la unidad utilizada para medir el bien i cambia mediante un factor positivo λ_i .

Bajo esta transformación, la razón de intercambio se modifica como

$$q'_{ij} = \frac{\lambda_j}{\lambda_i} q_{ij},$$

mientras que la conexión logarítmica se transforma según

$$A'_{ij} = A_{ij} + \phi_j - \phi_i,$$

donde $\phi_i = \ln \lambda_i$.

Esta expresión constituye una transformación de gauge discreta. Las razones asociadas a cada arista dependen de la escala elegida para medir los bienes, pero las cantidades construidas sobre ciclos cerrados permanecen invariantes. En términos económicos, esto significa que el análisis no debe depender de que un producto se registre en kilogramos, piezas, canastas o recipientes, siempre que las conversiones se efectúen de manera consistente.

4.3. Composición a lo largo de un camino

Considérese un camino orientado

$$\gamma: i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow \cdots \rightarrow i_n.$$

La razón de intercambio acumulada es

$$Q(\gamma) = \prod_{k=0}^{n-1} q_{i_k i_{k+1}},$$

y su expresión logarítmica se define como

$$A(\gamma) = \prod_{k=0}^{n-1} A_{i_k i_{k+1}},$$

Esta construcción permite comparar un intercambio directo con una conversión indirecta. Si un bien i puede intercambiarse por j de manera directa y también mediante un bien intermedio k , la consistencia relacional exige que

$$q_{ij} = q_{ik} q_{jk}.$$

Cuando esta igualdad no se cumple, las rutas directa e indirecta generan equivalencias diferentes.

4.4. Holonomía y curvatura relacional

Para un ciclo cerrado

$$C: i_0 \rightarrow i_1 \rightarrow \cdots \rightarrow i_n = 0,$$

se define la holonomía como

$$H(C) = \prod_{k=0}^{n-1} q_{i_k i_{k+1}}.$$

La curvatura relacional asociada al ciclo es

$$F(C) = \ln H(C) = \sum_{k=0}^{n-1} A_{i_k i_{k+1}}.$$

Tanto $H(C)$ como $F(C)$ son invariantes frente a cambios locales de unidad. Si $H(C) = 1$, entonces $F(C) = 0$, y el ciclo es consistente. En este caso, una cantidad del bien inicial recupera su equivalencia original después de recorrer la secuencia de intercambios. Si $H(C) \neq 1$, la red presenta dependencia de trayectoria.

La interpretación es análoga a la utilizada en los mercados cambiarios, donde el producto de tasas alrededor de un ciclo constituye una cantidad gauge invariante (Young, 1999; Raya et al., 2025). Sin embargo, en el trueque la curvatura no se identifica necesariamente con arbitraje, pues puede expresar heterogeneidad económica y social.

4.5. Potencial global de valor

Una red de intercambios admite un sistema global de valores relativos cuando existe un potencial ψ_i asociado a cada bien, tal que

$$A_{ij} = \psi_j - \psi_i.$$

De forma equivalente,

$$q_{ij} = \frac{v_j}{v_i},$$

donde $v_i = e^{\psi_i} > 0$. En esta situación, todas las razones de intercambio pueden derivarse de una misma escala de valores relativos y la curvatura es nula para cualquier ciclo $F(C) = 0$. Si existen ciclos con curvatura distinta de cero, no es posible representar todas las equivalencias mediante un único conjunto de valores asignados a los bienes. La formación del valor es entonces local, contextual o dependiente de la trayectoria.



La propuesta distingue así entre dos dimensiones del sistema: una componente potencial, asociada con una estructura común de valores relativos, y una componente curva, relacionada con las diferencias que no pueden reducirse a una sola escala. Esta última constituye el principal objeto de interpretación económica en la modelación del trueque.

5. Interpretación económica, alcances y limitaciones

5.1. Interpretación de la curvatura relacional

La curvatura definida sobre un ciclo representa la diferencia acumulada entre las equivalencias de intercambio que integran una trayectoria cerrada. Su valor permite determinar si las relaciones locales pueden explicarse mediante una escala común de valores relativos o si existen componentes que dependen del camino recorrido. Cuando $F(C) = 0$, las razones de intercambio son compatibles dentro del ciclo analizado. Sin embargo, esta condición no implica que los intercambios sean equitativos, justos o socialmente aceptables; únicamente indica consistencia matemática entre las equivalencias directas e indirectas. De forma análoga, una curvatura distinta de cero no demuestra por sí misma la existencia de abuso, irracionalidad o desequilibrio.

El signo de la curvatura depende de la orientación del ciclo. Si $F(C) > 0$, la trayectoria genera una disminución relativa. Al invertir el sentido del ciclo, el signo cambia, pero su magnitud permanece como indicador de la desviación respecto de la condición de cierre. Por tanto, $|F(C)|$ puede interpretarse como una medida de la intensidad de la dependencia de trayectoria.

En los mercados financieros, estas desviaciones suelen vincularse con oportunidades de arbitraje, dado que se parte de instrumentos comparables, mercados impersonales y una expectativa de cierre alrededor de ciclos de conversión (Farinelli, 2015; Young, 1999). En el trueque, esta interpretación debe ampliarse. Las equivalencias pueden incorporar necesidades inmediatas, escasez temporal, perecibilidad, diferencias de calidad, preferencias particulares o relaciones previas entre quienes participan.

En consecuencia, la curvatura se entiende aquí como una medida de heterogeneidad relacional del valor. Su presencia señala que las equivalencias no pueden reducirse completamente a una



escala única, pero no determina por sí sola las causas económicas o sociales de esa diferencia. La interpretación requiere considerar las condiciones concretas bajo las cuales se efectuaron los intercambios.

Esta precaución es especialmente relevante en los sistemas purépechas, donde el trueque se encuentra integrado a relaciones de reciprocidad, abastecimiento, continuidad cultural y reproducción del tejido comunitario (Argueta Prado & Cortez Noyola, 2016). Asimismo, los productos intercambiados se vinculan con la producción familiar, los recursos naturales y las necesidades alimentarias locales, por lo que su valoración no responde exclusivamente a criterios de maximización monetaria (Arellanes-Cancino et al., 2025).

5.2. Alcances analíticos

La propuesta permite estudiar el trueque sin asignar previamente un precio monetario a cada bien. El modelo parte de las equivalencias efectivamente establecidas y conserva la información contenida en las cantidades entregadas y recibidas. Esto hace posible identificar estructuras de valor relativo, comparar intercambios directos e indirectos y localizar los ciclos en los que se concentran las mayores desviaciones.

También permite distinguir entre cambios derivados únicamente de las unidades de medición y diferencias que permanecen invariantes. Esta propiedad resulta relevante en mercados donde los productos se ofrecen en unidades heterogéneas, como piezas, medidas locales, recipientes, manojos o cantidades estimadas. La invariancia gauge garantiza que la curvatura no dependa de la forma convencional utilizada para registrar cada producto, siempre que las conversiones sean consistentes.

El modelo puede utilizarse, además, para comparar redes construidas en distintos momentos, lugares o grupos de participantes. De este modo, sería posible analizar si la estructura relacional del valor cambia ante variaciones estacionales, escasez de determinados bienes, transformaciones territoriales o modificaciones en la composición de quienes participan.



5.3. Limitaciones de la propuesta

La principal limitación es que la curvatura describe una estructura matemática, pero no identifica automáticamente su causa. Dos ciclos con valores semejantes pueden responder a procesos diferentes: variación en la calidad de los bienes, negociación desigual, relaciones de confianza o cambios en la disponibilidad. Por ello, la interpretación cuantitativa debe complementarse con información económica, social y territorial.

La estimación también exige una adecuada normalización de productos, cantidades y unidades. Bienes clasificados bajo una misma denominación pueden diferir en calidad, tamaño, procedencia o estado de conservación. Si estas diferencias no se registran, la curvatura puede reflejar heterogeneidad de los productos y no necesariamente variaciones en la formación del valor.

Otra restricción es la disponibilidad de ciclos. Una red con pocas conexiones o intercambios exclusivamente bilaterales puede no contener suficientes trayectorias cerradas para estimar curvaturas representativas. Del mismo modo, la agregación de operaciones realizadas en momentos distintos puede ocultar fluctuaciones temporales y producir ciclos que no estuvieron disponibles simultáneamente.

Finalmente, el uso de una formulación proveniente de la física no constituye por sí mismo una explicación económica. Las analogías deben adaptarse a las condiciones específicas del fenómeno y someterse a evaluación empírica, evitando asumir que la correspondencia formal demuestra la validez del modelo (Sornette, 1998). En este sentido, la teoría de gauge discreta se propone como una herramienta de representación y análisis, no como una sustitución de las teorías económicas y sociales del trueque.

6. Conclusiones

La teoría de gauge discreta ofrece un marco adecuado para representar sistemas de trueque en los que el valor no se expresa necesariamente mediante una unidad monetaria común. Al modelar los bienes como vértices y las razones de intercambio como variables asociadas a las aristas, es



posible analizar la composición de equivalencias, comparar trayectorias alternativas e identificar ciclos en los que el valor depende del camino seguido.

La principal aportación de esta propuesta consiste en distinguir entre las variaciones producidas por cambios de unidad y aquellas que permanecen como propiedades invariantes de la red. Esta separación permite evitar que diferencias meramente convencionales se confundan con cambios sustantivos en las relaciones de intercambio. La holonomía y la curvatura proporcionan, en este sentido, indicadores de la consistencia global del sistema.

La existencia de curvatura nula indica que las equivalencias pueden representarse mediante una escala común de valores relativos. En cambio, una curvatura distinta de cero muestra que las relaciones observadas no pueden reducirse completamente a un único potencial de valor. Esta dependencia de trayectoria no debe interpretarse de manera automática como arbitraje o ineficiencia, ya que en el trueque puede reflejar escasez, perecibilidad, preferencias, calidad, reciprocidad y condiciones sociales específicas.

Esta consideración resulta especialmente relevante en contextos comunitarios, donde el intercambio cumple funciones de abastecimiento, subsistencia y reproducción de vínculos sociales. En el caso purépecha, el trueque se encuentra relacionado con el territorio, la soberanía alimentaria, la participación de las mujeres y el fortalecimiento del tejido comunitario, por lo que su análisis requiere conservar tanto la dimensión cuantitativa como la social del valor (Argueta Prado & Cortez Noyola, 2016; Arellanes-Cancino et al., 2025; González-Rivadeneira et al., 2022).

La propuesta desarrollada constituye una base teórico-metodológica para futuras aplicaciones empíricas. Su utilidad dependerá de una adecuada normalización de bienes y cantidades, de la disponibilidad de ciclos y de la incorporación de variables contextuales que permitan interpretar el origen de las curvaturas observadas. Más que trasladar de forma directa una teoría física al análisis económico, el modelo busca proporcionar una herramienta formal para estudiar la formación relacional del valor en sistemas de intercambio no monetario.



7. Referencias

Arellanes Cancino, Y., & Ayala Ortiz, D. A. (2016). Tradición y sobrevivencia del trueque como alternativa de abasto y subsistencia: Una mirada al tianguis de cambio de Pátzcuaro, Michoacán. *Etnobiología*, 14(2), 56–65.

Arellanes-Cancino, Y., Villafán-Vidales, K. B., Medina-Nava, M., & Vargas-Herrejón, M. (2025). Social impacts of Purépecha barter: Insights for sustainable communities in the global era. *Societal Impacts*, 6, 100136. <https://doi.org/10.1016/j.socimp.2025.100136>

Argueta Prado, J. Q., & Cortez Noyola, M. (2016). Trueque, intercambio y reciprocidad: Economía solidaria en las comunidades purépecha de Michoacán. *Etnobiología*, 14(2), 79–89.

Dimakis, A., & Müller-Hoissen, F. (1994). Discrete differential calculus, graphs, topologies and gauge theory. *Journal of Mathematical Physics*, 35(12), 6703–6735.

Farinelli, S. (2015). Geometric arbitrage theory and market dynamics. *Journal of Geometric Mechanics*, 7(4), 431–471. <https://doi.org/10.3934/jgm.2015.7.431>

González-Rivadeneira, T. I., Casas, A., & Argueta-Villamar, A. (2022). Food sovereignty of the P'urhépecha of Michoacán, Mexico: Historical review and critical perspectives from nature-culture relationships. *Journal of Ethnic Foods*, 9, Article 36. <https://doi.org/10.1186/s42779-022-00149-0>

Luque, J., Duppala, S., Dickerson, J., & Srinivasan, A. (2024). Barter exchange with shared item valuations. In *Proceedings of the ACM Web Conference 2024* (pp. 199–210). Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/3589334.3645632>

Magnot, J.-P. (2017). A mathematical bridge between discretized gauge theories in quantum physics and approximate reasoning in pairwise comparisons [Preprint]. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1710.11080>

Raya, A., Flores Romero, M. B., & López-Chacón, J. (2025). Teorías de gauge (norma) en los mercados financieros, una revisión histórica. *Revista Mexicana de Física E*, 22, 010302. <https://doi.org/10.31349/RevMexFis.22.010302>

Sornette, D. (1998). Gauge theory of finance? *International Journal of Modern Physics C*, 9(3), 505–508. <https://doi.org/10.1142/S0129183198000406>

Young, K. (1999). Foreign exchange market as a lattice gauge theory. *American Journal of Physics*, 67(10), 862–868. <https://doi.org/10.1119/1.19139>