Revista de Investigación en Ciencias Contables y Administrativas
(Journal of Research in Accounting and Management Science)
Vol. 8, Num. 1, 2022

Efecto del gasto en seguridad nacional contra el crimen organizado en el crecimiento económico en México: Un modelo de crecimiento endógeno estocástico

Oscar Iván Hernández-Bautista
Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional
hboivan@yahoo.com.mx

Francisco Venegas-Martínez
Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional
fvenegas1111@yahoo.com.mx

Rosa María Domínguez-Gijón
Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional
rossy13pink@hotmail.com

Resumen:

El presente trabajo examina el impacto en el crecimiento económico del gasto en materia de seguridad nacional cuando éste se destina a combatir al crimen organizado. El problema se aborda desde una perspectiva neoclásica, empleando para ello un modelo de crecimiento endógeno estocástico, con el cual se analizan las relaciones dinámicas entre el gasto en seguridad y el crecimiento económico. Se supone que el gasto del crimen organizado sigue un proceso estocástico con reversión a la media, es decir, el gasto tiende a un valor medio en el largo plazo y la rapidez de convergencia es modulada por un parámetro de velocidad de ajuste. Los resultados obtenidos con el modelo propuesto sugieren que hay una repercusión positiva en el crecimiento económico del gasto en seguridad y que depende de la aversión al riesgo de los agentes, mientras que un incremento en los recursos que el crimen organizado emplea para su confrontación contra el estado repercute directamente en forma negativa al crecimiento económico.
Palabras Claves: Equilibrio general, gasto en seguridad pública, crecimiento económico.
Códigos JEL: E20; E22; D10; C60; C61.

Effect of national security spending against organized crime on economic growth in Mexico: a stochastic model of endogenous growth

Abstract:

This paper examines the impact on economic growth of national security spending when used to combat organized crime. The problem is approached from a neoclassical perspective, using a stochastic endogenous growth model, which analyzes the dynamic relationships between security spending and economic growth. It is assumed that organized crime spending follows a mean-reverting stochastic process, that is, spending tends to an average value in the long run and the speed of convergence is modulated by a speed of adjustment parameter. The results obtained with the proposed model suggest that there is a positive impact on economic growth of spending on security and that it depends on the risk aversion of the agents, while an increase in the resources that the organized crime uses for its confrontation with the state has a direct negative impact on economic growth.
Keywords: General equilibrium, spending on national security, economic growth.**JEL Codes:** E20; E22; D10; C60; C61.

1. Introducción

Diversos estudios sobre el gasto militar en antiterrorismo o en seguridad nacional se han utilizado para indagar si existe una relación entre dicho gasto y el crecimiento económico, y de haberla en qué sentido se presenta. Investigaciones en gasto militar como la de Cheng-Lang et al. (2011) suponen que al dirigir mayores recursos en seguridad se afectan otros sectores productivos, lo cual lleva a un deterioro en el crecimiento económico en el largo plazo. En el mismo sentido los autores encuentran una relación negativa entre el gasto antiterrorismo y el crecimiento económico, pero una relación positiva entre el gasto antiterrorista con el bienestar social. Estos resultados se obtienen mediante un enfoque de optimización dinámica determinista. De igual forma, Chung-Jen y Cheng-Te (2003) muestran una relación negativa entre el gasto militar y el crecimiento económico en un modelo de equilibrio general.

De acuerdo con el trabajo de Hernández-Bautista y Venegas-Martínez (2014), el incremento del gasto en materia de seguridad en los dos sexenios previos (2000-2012) ha sido enfocado principalmente para hacer frente a la amenaza del crimen organizado y narcotráfico. Las asignaciones de recursos que han tenido las dependencias relacionadas al orden y seguridad del país se desglosan en el cuadro 1.

Cuadro 1. Presupuesto a dependencias del gobierno federal, encargadas de la seguridad en México (millones de pesos, pesos corrientes)

Año	SEGOB	SEDENA	SSP	SEMAR	PGR	FASP	TOTAL
2000	9330	20375	S/D	7959	4875	5213.9	47752.9
2001	4918	22425	6350	8873	5594	5786.4	53946.4
2002	5071	22705	7320	8519	6933	3210	53758
2003	3990	22832	7067	8899	7154	2733	52675
2004	3818	23333	6463	8488	7257	3500	52859
2005	3422	24002	7037	8636	8144	5000	56241
2006	4738	26032	9274	9164	9551	5000	63759
2007	5083	32201	13665	10951	9217	5000	76117
2008	6737	34861	19712	13383	9308	6000	90001
2009	9594	43623	32917	16059	12310	6916.8	121419.8
2010	8371	43632	32438	15992	11782	6916.8	119131.8
2011	16386.1	50039.5	35519.1	18270.2	11997.1	7124.3	139336.3
2012	15458.2	55611	40536.5	19679.7	14905.1	7373.7	153564.2

Fuente: elaboración propia, con datos de cada dependencia.

Para 2015 y 2016 el gasto público federal para la función seguridad pública evolucionó de la siguiente manera: en 2015 el Ejecutivo Federal propuso a la Cámara de Diputados un gasto de 157 mil 612.93 mdp; en 2015 la Cámara de Diputados aprobó un gasto de 153 mil 419.65 mdp; y en 2016 el Ejecutivo Federal propuso a la Cámara de Diputados un gasto de 163 mil 346.76 mdp. Para 2016, el gasto público propuesto para esta función se distribuyó en los siguientes ramos: para el Poder Judicial Federal 60 mil 372.12 mdp; para la Secretaría de Gobernación 60 mil 385.91 mdp; Para SEDENA 3 mil 643.17 mdp; para la PGR 16 mil 768.76 mdp; para Provisiones Salariales y Económicas 1 mil 169.76 mdp; para las Aportaciones Federales 19 mil 460.29 mdp; y para la CNDH 1 mil 546.93 mdp.

Durante el periodo 2015-2016, el gasto público federal para la función seguridad nacional evolucionó de la siguiente manera: en 2015 el Ejecutivo Federal propuso a la Cámara de Diputados un gasto de 92 mil 761.81 mdp; en 2015 la Cámara de Diputados aprobó un gasto de 92 mil 762.81 mdp; y en 2016 el Ejecutivo Federal propuso a la Cámara de Diputados un gasto de 89 mil 045.97 mdp. Para el año 2016, el gasto público propuesto para esta función se distribuyó en los siguientes ramos: para la Presidencia de la República 877.87 mdp; para la Secretaría de Gobernación 3 mil 273.20 mdp; para la SEDENA 60 mil 245.46 mdp; y para la Secretaria de Marina 24 mil 649.45 mdp. Durante este periodo, el gasto propuesto para esta función tuvo la siguiente equivalencia como proporción del PIB: en 2015 el Ejecutivo Federal propuso a la Cámara de Diputados un gasto de 0.51%; en 2015 la Cámara de Diputados aprobó un gasto de 0.51%; y en 2016 el Ejecutivo Federal propuso a la Cámara de Diputados un gasto de 0.46%.

Dada la relevancia y el papel que desempeña el gasto en seguridad nacional en una economía, se pretende construir un modelo teórico el cual está planteado en un ambiente estocástico. Esto es, si bien se establece un gasto presupuestario para combatir los grupos del crimen organizado, las partidas pueden estar cambiando en forma continua en función de las circunstancias en que se encuentre el país. El problema se aborda desde una perspectiva neoclásica, empleando para ello un modelo de crecimiento endógeno estocástico, con el cual se analizan las relaciones entre las dinámicas del crecimiento económico y el gasto en seguridad.

La presente investigación extiende en varias direcciones el trabajo de Po-Sheng and Cheng-Te (2011) para explicar el impacto de gasto en seguridad nacional sobre el crecimiento económico: 1) el gasto del crimen organizado presenta reversión a la media, es decir, el gasto tiende a un valor medio en el largo plazo, 2) la convergencia hacia el valor de largo plazo es modulada por un parámetro de velocidad de ajuste y 3) el gasto en seguridad nacional óptimo que maximiza el crecimiento económico se determina en el equilibrio.

El presente trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: la sección 2 realiza el planteamiento del modelo de optimización del agente representativo de la economía; la sección 3 determina las decisiones óptimas; la sección 4 realiza una discusión de los resultados teóricos obtenidos; por último, la sección 5 presenta las conclusiones.

2. Planteamiento del problema

El modelo se plantea en el contexto de que existen dos grupos antagonistas en una confrontación. Estos grupos son el gobierno y el crimen organizado el cual tiene una guerra declarada contra el Estado. Se supone que el crimen organizado cuenta con suficientes recursos económicos para sostener una confrontación armada. Se supone que esta asignación de recursos tenderá en el largo plazo a un valor medio, para esto emplea un gasto el cual se denotará mediante S^*. Se supone que dicho gasto sigue un proceso estocástico con reversión a la media, es decir:

$$\mathrm{d}S^* = a\left(b - S^*\right)\mathrm{d}t + \sigma_{s^*}\mathrm{d}W_{s^*} \tag{1}$$

Donde a, b y σ_{s^*} son constantes positivas y conocidas. En esta dinámica estocástica S^* es forzada a moverse, en promedio, hacia un nivel de largo plazo b a una velocidad de ajuste a. El primer término de la ecuación (1) es la parte determinista de la dinámica a los incrementos marginales del gasto del crimen organizado que tiene en esta confrontación contra el estado, σ_{s^*} es la volatilidad de dicho gasto y $\mathrm{d}W_{s^*}$ es el término estocástico el cual tiene una distribución $\mathrm{d}W_{s^*} \sim N\left(0, \mathrm{d}t\right)$.

Dentro del marco neoclásico se supone que la población está conformada por N individuos, los cuales pueden ser representados por una agente representativo que consume y produce un sólo bien (Barro, 1990). Se considera al gasto en seguridad como un bien público y este bien se incorpora dentro del modelo. El incremento marginal del producto per cápita sigue una función de producción tipo Coob-Douglas, es decir:

$$\mathrm{d}y = q\mathrm{d}t = AS^{\beta}k^{1-\beta}\mathrm{d}t \tag{2}$$

donde A es una constante positiva que determina el nivel de tecnología de la economía y k es el capital per cápita, así $q = AS^{\beta}k^{1-\beta} = f\left(S, k\right)$, $0 < \beta < 1$. Es decir, q es el producto per cápita instantáneo por unidad de tiempo. En este caso, η es un índice de presupuesto de seguridad, es decir, η es la parte de la producción que destina a la seguridad y Q el producto agregado, entonces $G = Q\eta$

De tal forma que G es el gasto agregado a la seguridad nacional, por lo tanto $S = Q\eta$, así el incremento marginal instantáneo del gasto agregado está dado por $\mathrm{d}G = Q\eta$. Por lo tanto, el cambio instantáneo de G tiene el siguiente comportamiento estocástico

$$\mathrm{d}G = a\left(b - Q\eta\right)\mathrm{d}t + \sigma_G \mathrm{d}W_G \tag{3}$$

Donde $\mathrm{d}W_G \sim N\left(0, \mathrm{d}t\right)$ y $Cov\left(\mathrm{d}W_{s^*}, \mathrm{d}W_G\right) = \sigma_{s^*,G}$, con $\sigma_{s^*,G} > 0$. De la ecuación (2) se tiene que $\mathrm{q}\mathrm{d}t = A\left[\eta Nq\right]^{\beta} k^{1-\beta}\mathrm{d}t$ dado que $Q = Nq$. Por lo tanto, se tiene que $\left[\mathrm{Q}\mathrm{d}t\right]^{1/1-\beta} = \left[A\left(\eta Nq\right)^{\beta} k^{1-\beta}\mathrm{d}t\right]^{1/1-\beta}$, lo cual conduce a

$$\mathrm{d}y = q\mathrm{d}t = \left[A\eta^{\beta}N^{\beta}\right]^{1/1-\beta} k\mathrm{d}t \tag{4}$$

Las variables agregadas están dadas por: $K = Nk$, $Q = Nq$, $Y = Ny$, $C = Nc$ y en el equilibrio la relación entre producto agregado per cápita está dado por $N\mathrm{d}y = \mathrm{dY}$, por lo tanto el producto agregado puede expresarse como:

$$\mathrm{d}Y = Q\mathrm{d}t = \left[A\eta^{\beta}N^{\beta}\right]^{1/1-\beta} K\mathrm{d}t\ . \tag{5}$$

Ahora bien, si se denota a $\varphi(\eta) = \left[A\eta^{\beta}N^{\beta}\right]^{1/1-\beta}$, entonces se tiene que

$$\varphi(\eta) = \left[A\eta^{\beta}N^{\beta}\right]^{1/1-\beta} = \frac{q}{k} \tag{6}$$

Por lo tanto, el cambio marginal satisface

$$\varphi'\left(\eta\right) = \frac{\beta}{1-\beta} \times \frac{\varphi\left(\eta\right)}{\eta} > 0 \tag{7}$$

Lo que muestra que un incremento en η conduce a un incremento del producto, dado que la ecuación (5) es una función de producción AK, para el producto agregado. En virtud de (3) y (5), el gasto agregado en seguridad nacional puede reescribirse como

$$\mathrm{d}G = a\left(b - \varphi(\eta)K\eta\right)\mathrm{d}t + \sigma_G \mathrm{d}W_G \tag{8}$$

Se supone ahora que el agente representativo demanda el bien, y que el cambio marginal del producto está dado por $\mathrm{d}Y = \mathrm{d}K + \mathrm{d}C + \mathrm{d}G$, lo cual conduce a que el incremento marginal del capital agregado se exprese como:

$$\mathrm{d}K = \mathrm{d}Y - \mathrm{d}C - \mathrm{d}G \tag{9}$$

Si $\mathrm{d}C = C\mathrm{d}t$, $c^* = C/K$ y (5) y (8) se sustituyen en (9), entonces

$$\mathrm{d}K = \varphi(\eta)K\mathrm{d}t - C\mathrm{d}t - a\left(b - \varphi(\eta)K\eta\right)\mathrm{d}t - \sigma_G \mathrm{d}W_G \tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}K}{K} = \left[(a\eta + 1)\varphi(\eta) - c^* - \frac{ab}{K}\right]\mathrm{d}t - \frac{\sigma_G}{K}\mathrm{d}W_G \tag{11}$$

Si $\mathrm{dW}_k = -\sigma_G / K\,\mathrm{d}W_G$ y $\sigma_K^2 = \sigma_G^2 / K^2$, entonces

$$Cov\left(\mathrm{d}W_k, \mathrm{d}W_{s^*}\right) = \sigma_{ks^*} = -\sigma_G / K\,\sigma_{s^*G}.$$

El principal objetivo del gasto en seguridad del gobierno es para fundamentalmente proteger a los ciudadanos y con esto proporcionar cierto bienestar a la población, al sentirse seguros. Por lo tanto, un incremento en este gasto conlleva a un incremento en la utilidad. Por otro lado un aumento en el gasto del crimen organizado en la confrontación contra el Estado representa una amenaza para los ciudadanos por lo que un incremento del mismo conlleva a un decremento de la utilidad del país.

Las preferencias de un individuo representativo quedan en función del consumo per cápita y de los gastos de confrontación, es decir $U\left(c, S, S^*\right)$, de este modo se propone que la función de utilidad esté dada por:

$$U\left(c, S, S^*\right) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}\left(\frac{S}{S^*}\right)^{\lambda} \tag{12}$$

Es decir, la utilidad marginal es positiva pero decreciente. Esto es, la primera derivada respecto al consumo y gasto en seguridad son positivas y sus segundas derivadas son negativas. Si se deriva con respecto al gasto del crimen organizado, dicha derivada es negativa, ya que un incremento del gasto del crimen organizado causa insatisfacción en el agente debido al incremento de inseguridad que el agente percibe. De este modo la utilidad es cóncava en seguridad y consumo. Para satisfacer las condiciones de una función de utilidad neoclásica se supone que $0<\gamma<1$ y $0<\lambda<1$.

Dadas las condiciones previas el objetivo del individuo racional representativo es maximizar la utilidad esperada, y el problema queda planteado desde la teoría del control óptimo estocástico, es decir:

$$\text{Maximizar } E_0\int_0^{\infty} U\left(c,S,S^*\right)e^{-\rho t}dt$$

Sujeto a:

$$\mathrm{d}K = K\left[\left(a\eta+1\right)\varphi\left(\eta\right)-c^*-ab/K\right]\mathrm{d}t-\sigma_k \mathrm{d}W_k \tag{13}$$
$$\mathrm{d}S^* = a\left(b-S^*\right)\mathrm{d}t+\sigma_{s^*}\mathrm{d}W_{s^*}$$

Donde ρ es la tasa subjetiva de descuento, se supone $0<\rho<1$. En lo que sigue se define la expectativa de crecimiento del capital como ω, misma que en el equilibrio es la tasa de crecimiento del producto, por lo cual se define como:

$$\omega \equiv \left(a\eta+1\right)\varphi\left(\eta\right)-c^*-ab/K. \tag{14}$$

3. Solución al problema de decisión

El problema de maximización (13) se aborda desde la teoría del control óptimo estocástico, (Venegas-Martínez, 2008). Si se define la función de valor

$$J\left(K,S^*,t\right)=: \max_{c,s} E_0\left[\int_t^{\infty} U\left(c,S,S^*\right) e^{-\rho t}\mathrm{d}t\right],$$

Entonces

$$J\left(K,S^*,t\right)=: \max_{c,s} E_t\left[\int_t^{t+dt} U\left(c,S,S^*\right)e^{-\rho t}\mathrm{d}t+\int_{t+dt}^{\infty} U\left(c,S,S^*\right)e^{-\rho t}\mathrm{d}t\right]. \tag{15}$$

Si se aplica el teorema de valor medio $\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = f(a)\left(b-a\right)+o\left(b-a\right)$ y la expansión de Taylor, se sigue que

$$J\left(K_t,s_t^*,t\right) = \max \mathrm{E}_0\left[u\left(c_t,S_t,S_t^*\right)e^{-\beta t}\mathrm{d}t+o\left(\mathrm{d}t\right)+J\left(K_t,S_t^*,t\right)+\mathrm{d}\,J\left(K_t,S_t^*,t\right)\right]$$
$$J\left(K,S^*,t\right) = \max_{c,s} E_t\left[\int_t^{t+dt} U\left(c,S,S^*\right)e^{-\rho t}\mathrm{d}t+J\left(K+\mathrm{d}K,S^*+\mathrm{d}s^*,t+\mathrm{d}t\right)\right] \tag{16}$$
$$J\left(K,s^*,t\right) = \max_{c,s} E_t\left[U\left(c_t,s_t,s_t^*\right)e^{-\rho t}\mathrm{d}t+o\left(\mathrm{d}t\right)+J\left(K,s^*,t\right)+\mathrm{d}J\left(K,s^*,t\right)\right]$$

Lo cual equivale a:

$$0=\max_{c,s} E_t\left[U\left(c_t,S_t,S_t^*\right)e^{-\rho t}\mathrm{d}t+o\left(\mathrm{d}t\right)+\mathrm{d}J\left(K,S^*,t\right)\right] \quad (17)$$

La diferencial estocástica se calcula con el lema de Itô.

$$\mathrm{d}\,J(k,s^*,t)=\left[J_t+J_kK\omega+\frac{1}{2}J_{kk}\sigma_k^2+J_{s^*}\left[a\left(b-S^*\right)\right]+\frac{1}{2}J_{s^*s^*}\sigma_{s^*}^2-J_{ks^*}\rho_{ks^*}\sigma_k\sigma_{s^*}\right]\mathrm{d}t$$
$$-J_k\sigma_k\mathrm{dW}_k+J_{s^*}\sigma_{s^*}\mathrm{d}W_{s^*} \quad (18)$$

Equivalentemente

$$\mathrm{d}\,J(k,s^*,t)=$$
$$\left[J_t+J_kK\left[\left(a\eta+1\right)\varphi\left(\eta\right)-c^*-ab/K\right]+J_{s^*}\left[a\left(b-S^*\right)\right]+\frac{1}{2}J_{kk}\sigma_k^2+\frac{1}{2}J_{s^*s^*}\sigma_{s^*}^2-J_{ks^*}\sigma_{ks^*}\right]\mathrm{d}t \quad (19)$$
$$-J_k\sigma_k\mathrm{dW}_k+J_{s^*}\sigma_{s^*}\mathrm{dW}_{s^*}$$

Los términos estocásticos $\mathrm{d}W_k$ y $\mathrm{d}W_{s*}$ tienen valores esperados cero, se divide por $\mathrm{d}t$, y se toma el límite cuando $o(\mathrm{d}t)/\mathrm{d}t\rightarrow 0$, lo que conduce a la expresión:

$$0=\max\left[\begin{array}{l}U\left(c,S,S^*\right)e^{-\rho t}+J_t+J_kK\left[\left(a\eta+1\right)\varphi\left(\eta\right)-c^*-ab/K\right]\\+J_{s^*}\left[a\left(b-S^*\right)\right]+\frac{1}{2}J_{kk}\sigma_k^2+\frac{1}{2}J_{s^*s^*}\sigma_{s^*}^2-J_{ks^*}\sigma_{ks^*}\end{array}\right] \quad (20)$$

La cual se conoce como la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman.

Para calcular los óptimos se propone un candidato de función de valor, Sea $J\left(K,S^*,t\right)=V\left(K,S^*\right)e^{-\rho t}$, se calculan ahora las derivadas parciales con respecto a las variables de estado y el tiempo, es decir:

$$\frac{\partial J}{\partial t}=-\rho V\left(K,S^*\right)e^{-\rho t}\quad \frac{\partial J}{\partial K}=V_k\left(K,S^*\right)e^{-\rho t}\quad \frac{\partial^2 J}{\partial K^2}=V_{kk}\left(K,S^*\right)e^{-\rho t} \quad (21)$$
$$\frac{\partial J}{\partial S^*}=V_{s^*}\left(K,S^*\right)e^{-\rho t}\qquad \frac{\partial^2 J}{\partial S^2}=V_{s^*s^*}\left(K,S^*\right)e^{-\rho t}$$

Se sustituyen las derivadas parciales de la ecuación de valor, en la ecuación Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB), y se propone como candidato solución a la función $V\left(K,S^*\right)=\delta\left(1-\gamma\right)K^{1-\gamma}(S^*)^{-\lambda}S^{\lambda}$, se calculan las derivadas parciales con respecto de las variables de estado, λ es la elasticidad de sustitución del gasto del crimen organizado y δ es un parámetro de la función de valor.

$$V_k=\delta\left(1-\gamma\right)K^{-\gamma}\left(S^*\right)^{-\lambda}S^{\lambda}\qquad V_{s^*}=-\delta K^{1-\gamma}\lambda\left(S^*\right)^{-\lambda-1}S^{\lambda}$$
$$V_{kk}=-\delta\gamma\left(1-\gamma\right)K^{-\gamma-1}\left(S^*\right)^{-\lambda}S^{\lambda}\qquad V_{s^*s^*}=\delta\lambda\left(\lambda+1\right)K^{1-\gamma}\left(S^*\right)^{-(\lambda+1)}S^{\lambda} \quad (22)$$

Se tiene entonces que

$$0=\max[U\left(c,S,S^{*}\right)-\rho\delta K^{1-\gamma}\left(S^{*}\right)^{-\lambda}S^{\lambda}+\delta(1-\gamma)K^{-\gamma}\left(S^{*}\right)^{-\lambda}S^{\lambda}K\left[(a\eta+1)\varphi(\eta)-c^{*}-ab/K\right]$$
$$-\delta K^{1-\gamma}\lambda\left(S^{*}\right)^{-\lambda-1}S^{\lambda}\left[a\left(b-S^{*}\right)\right]-\frac{1}{2}\delta\gamma(1-\gamma)K^{-\gamma-1}\left(S^{*}\right)^{-\lambda}S^{\lambda}\sigma_{k}^{2} \tag{23}$$
$$+\frac{1}{2}\delta\lambda(\lambda+1)K^{1-\gamma}\left(S^{*}\right)^{-(\lambda+2)}S^{\lambda}\sigma_{s^{*}}^{2}+\delta\lambda(1-\gamma)K^{-\gamma}\left(S^{*}\right)^{-(\lambda+1)}S^{\lambda}\sigma_{ks^{*}}]$$

Para obtener una solución particular, se sustituye la ecuación (12).

$$0=[\frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}-\rho\delta K^{1-\gamma}\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}+\delta(1-\gamma)\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}K^{1-\gamma}\left[(a\eta+1)\varphi(\eta)-c^{*}-ab/K\right]$$
$$-\delta\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}K^{1-\gamma}\lambda\left[\frac{a\left(b-S^{*}\right)}{S^{*}}\right]-\frac{1}{2}\delta\gamma(1-\gamma)\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}K^{-1-\gamma}\sigma_{k}^{2}+\frac{1}{2}\delta\lambda(\lambda+1)\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}\left(S^{*}\right)^{-2}K^{1-\gamma}\sigma_{s^{*}}^{2} \tag{24}$$
$$+\delta\lambda(1-\gamma)\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}\left(S^{*}\right)^{-1}K^{-\gamma}\sigma_{ks^{*}}]$$

Si se deriva la expresión anterior por el consumo agregado, se obtiene su utilidad marginal, de tal forma que:

$$\left(\frac{1}{N}\right)\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}\left(\frac{C}{N}\right)^{-\gamma}-\delta(1-\gamma)\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{-\lambda}K^{-\gamma}=0$$
$$\left(\frac{C}{N}\right)^{-\gamma}\left(\frac{1}{N}\right)\left(\frac{S}{S^{*}}\right)^{\lambda}=V_{k} \tag{25}$$

De donde se obtiene el consumo óptimo. Dado que $J\left(K,S^{*},t\right)=V\left(K,S^{*}\right)e^{-\rho t}$, $S=Q\eta$ y $Q=\varphi(\eta)K$, se propone como candidato solución a la ecuación de valor: $V\left(K,S^{*}\right)=\delta K^{1-\gamma}\left(S/S^{*}\right)^{-\lambda}$, lo cual permite reescribir $V\left(K,S^{*}\right)=\delta K^{1-\gamma+\lambda}\left[\frac{\eta\varphi(\eta)}{S^{*}}\right]^{\lambda}$. Por lo tanto, los cambios en capital y gastos del crimen organizado se expresan como:

$$\begin{aligned}
&V_{K}\left(K,S^{*}\right)=\delta(1-\gamma+\lambda)K^{\lambda-\gamma}\left(\eta\varphi(\eta)/S^{*}\right)^{-\lambda}\\
&V_{KK}\left(K,S^{*}\right)=\delta(1-\gamma+\lambda)(\lambda-\gamma)K^{\lambda-\gamma-1}\left(\eta\varphi(\eta)/S^{*}\right)^{-\lambda}\\
&V_{S^{*}}\left(K,S^{*}\right)=-\delta\lambda K^{1-\gamma}\left(S/S^{*}\right)^{\lambda}\left(S^{*}\right)^{-1}\\
&V_{S^{*}S^{*}}\left(K,S^{*}\right)=\delta\lambda(\lambda+1)K^{1-\gamma}\left(S/S^{*}\right)^{\lambda}\left(S^{*}\right)^{-2}\\
&V_{KS^{*}}\left(K,S^{*}\right)=-\delta(1-\gamma+\lambda)\lambda K^{-\gamma}\left(S/S^{*}\right)^{\lambda}\left(S^{*}\right)^{-1}
\end{aligned} \tag{26}$$

Las derivadas parciales de la función de valor nos dicen que si $0<\lambda<\gamma<1$, el agente es adverso al riesgo, ya que $V_{KK}\left(K,S^*\right)<0$, y si $0<\gamma<\lambda<1$ muestra que el agente es propenso al riesgo ya que $V_{KK}\left(K,S^*\right)>0$, finalmente si el agente es neutral al riesgo, entonces $\gamma=\lambda$ y estos valores están entre cero y uno, de modo que $V_{KK}\left(K,S^*\right)=0$. De las ecuaciones (22) y (25), se concluye que:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{N}\right)\left(\frac{S}{S^*}\right)^{\lambda}\left(\frac{C}{N}\right)^{-\gamma}-\delta(1-\gamma)\left(\frac{S}{S^*}\right)^{-\lambda}K^{-\gamma}=0\\
&\left(\frac{C}{N}\right)^{-\gamma}\left(\frac{1}{N}\right)\left(\frac{S}{S^*}\right)^{\lambda}=V_k=\delta(1-\gamma+\lambda)K^{-\gamma}S^{\lambda}\left(S^*\right)^{-\lambda}\\
&\left(\frac{C}{K}\right)=\left[\delta(1-\gamma+\lambda)N^{1-\gamma}\right]^{-\frac{1}{\gamma}} \qquad (27)\\
&\left(\frac{C}{N}\right)=\left[\delta(1-\gamma+\lambda)N\right]^{-\frac{1}{\gamma}}K
\end{aligned}$$

Después de sustituir (26), (27) y (12) en (20), se tiene:

$$\begin{aligned}
&\frac{1-\gamma+\lambda}{1-\gamma}\cdot\frac{C}{K}-\rho+(1-\gamma+\lambda)\left[(a\eta+1)\varphi(\eta)-\frac{C}{K}-ab/K\right]-\lambda\, ab/S^*+\lambda a\\
&+\frac{1}{2K^2}(1-\gamma+\lambda)(\lambda-\gamma)\sigma_k^2+\frac{1}{2}\lambda(\lambda+1)\sigma_{s^*}^2\left(S^*\right)^{-2}+\lambda(1-\gamma+\lambda)\left(KS^*\right)^{-1}\sigma_{ks^*}=0
\end{aligned} \qquad (28)$$

Lo anterior nos conduce a obtener la razón consumo-capital, y si se hace el producto por $(1-\gamma)/(1-\gamma+\lambda)$, se llega la conclusión que la razón consumo capital agregado está dada por:

$$\frac{C}{K}=\frac{1}{\gamma}\left[\begin{aligned}&\frac{(1-\gamma)}{(1-\gamma+\lambda)}\rho-(1-\gamma)(a\eta+1)\varphi(\eta)+\frac{(1-\gamma)ab}{K}+\frac{(1-\gamma)}{(1-\gamma+\lambda)S^*}\lambda ab\\ &-\frac{\lambda(1-\gamma)a}{(1-\gamma+\lambda)}-\frac{1}{2K^2}(1-\gamma)(\lambda-\gamma)\sigma_k^2-\frac{1}{2S^*}\frac{(1-\gamma)\lambda(\lambda+1)}{(1-\gamma+\lambda)}\sigma_{s^*}^2-\lambda(1-\gamma)\sigma_{ks^*}\end{aligned}\right] \qquad (29)$$

Dado que $\omega\equiv(a\eta+1)\varphi(\eta)-c^*-ab/K$, implica que la tasa de crecimiento del capital y del producto está dada por:

$$\omega=\frac{1}{\gamma}\left[\begin{aligned}&(a\eta+1)\varphi(\eta)-\frac{(1-\gamma)\rho}{1-\gamma+\lambda}-\frac{(1-\gamma)\lambda ab}{(1-\gamma+\lambda)S^*}+\frac{1}{2K^2}(\lambda-\gamma)(1-\gamma)\sigma_k^2\\ &+\frac{\lambda(\lambda+1)(1-\gamma)\sigma_{s^*}^2}{2(1-\gamma+\lambda)\left(S^*\right)^2}+\lambda(1-\gamma)\sigma_{ks^*}-\frac{(1-\gamma)ab}{K}+\frac{(1-\gamma)\lambda a}{(1-\gamma+\lambda)}-\frac{ab\gamma}{K}\end{aligned}\right] \qquad (30)$$

Por lo que los cambios marginales de capital y gasto en seguridad satisfacen

$$\mathrm{d}K = K\omega \mathrm{d}t - \sigma_k \mathrm{d}W_k \tag{31}$$

$$\mathrm{d}S^* = a\left(b - S^*\right)\mathrm{d}t + \sigma_{s^*}\mathrm{d}W_{s^*} \tag{32}$$

Partiendo del supuesto que tanto el capital como el gasto del crimen organizado siguen una función del tipo de logarítmica, y aplicando el lema de Itô con un factor de riesgo a ambas variables, se concluye que su dinámica está dada por:

$$K_t = K_0 e^{\left(\omega - \frac{1}{2}\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 dt + \frac{\sigma_k}{k} W_{kt}} \tag{33}$$

$$S_t^* = S_0^* e^{at} + b\left(1 - e^{-at}\right) + \sigma_{s^*}\int_0^t e^{-a\left(t - S^*\right)}\mathrm{d}W_{S^*} \tag{34}$$

4. Discusión de resultados

Dado que $\omega \equiv \left(a\eta + 1\right)\varphi\left(\eta\right) - c^* - ab/K$, si se deriva con respecto al índice presupuestario de gasto en seguridad, y dadas las ecuaciones (29) y (30) se sigue que:

$$\frac{\partial\omega}{\partial\eta} = \frac{\partial\left(a\eta + 1\right)}{\partial\eta}\cdot\varphi\left(\eta\right) + \frac{\partial\varphi\left(\eta\right)}{\partial\eta}\cdot\left(a\eta + 1\right) - \frac{\partial\frac{C}{K}}{\partial\eta}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\eta} = a\varphi\left(\eta\right) + \left(a\eta + 1\right)\varphi'\left(\eta\right) - \frac{\partial\frac{C}{K}}{\partial\eta} \tag{35}$$

Si $\varphi'\left(\eta\right) = \frac{\beta}{1-\beta}\cdot\frac{\varphi\left(\eta\right)}{\eta}$, entonces

$$\frac{\partial\omega}{\partial\eta} = a\varphi\left(\eta\right) + \left(a\eta + 1\right)\left[\frac{\beta}{1-\beta}\cdot\frac{\varphi\left(\eta\right)}{\eta}\right] + \varphi\left(\eta\right)a\left(1-\gamma\right) + \frac{\left(a\eta + 1\right)\beta\left(1-\gamma\right)\varphi\left(\eta\right)}{\gamma\left(1-\beta\right)\eta} \tag{36}$$

Lo ecuación (35) indica que un incremento en el presupuesto de seguridad aumenta la inversión agregada por lo cual tendría un efecto positivo sobre las expectativas de crecimiento, esto en relación al primer término. El segundo término refleja que un incremento en el presupuesto de seguridad aumenta el crecimiento debido a las externalidades positivas sobre la producción privada, el tercer término refleja que un incremento en el gasto de seguridad afecta el sector privado en la propensión al consumo.

En la ecuación (36) se obtiene el gasto en seguridad óptimo que maximiza el crecimiento económico, es decir:

$$\eta = -\frac{\beta}{a\gamma(1-\beta) + a\beta\gamma + (1-\beta)(1-\gamma)\gamma + \beta(1-\gamma)} \tag{38}$$

Este gasto óptimo en seguridad queda representado en función de la elasticidad del gasto en seguridad agregado, la elasticidad de sustitución inter-temporal del consumo y de la velocidad con que el gasto del crimen organizado tiende a un valor medio de largo plazo. Lo que parece contradictorio con la ecuación (36) es el signo negativo con la ecuación (38), sin embargo puede entenderse que si bien al destinarse recursos al combate contra el crimen organizado se descuidan otros sectores de la economía y no es viable, en el largo plazo, tener un impacto positivo.

La tasa de crecimiento del producto considerando los incrementos marginales que realiza el crimen organizado en la confrontación está dada por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial S^*} = -\frac{\lambda(1-\gamma)(\lambda+1)\sigma_{s^*}^2}{\gamma(1-\gamma+\lambda)\left(S_0^*\right)^3} < 0 \tag{39}$$

lo cual muestra que la relación entre gasto del crimen organizado en confrontar al Estado y el crecimiento económico es negativa.

5. Conclusiones

La presente investigación ha examinado y evaluado el impacto del gasto en materia de seguridad nacional para combatir al crimen organizado. El problema se ha planteado desde una perspectiva neoclásica con un modelo de crecimiento endógeno estocástico. En particular se supone que el gasto en seguridad nacional sigue un proceso estocástico con reversión a la media reversión a la media. Es decir, el gasto tiende a un valor medio en el largo plazo y la convergencia hacia el valor de largo plazo es modulada por un parámetro de velocidad de ajuste.

Los resultados obtenidos sugieren que la repercusión en el crecimiento económico del gasto en seguridad es positiva y que depende de la aversión al riesgo en que se encuentre el agente, mientras que un incremento en los recursos que destina el del crimen organizado en su confrontación con el estado, repercute en forma negativa al crecimiento económico.

Por último, queda pendiente para la agenda de investigación futura la calibración de un sistema dinámico basado en modelo teórico propuesto mediante.

6. Referencias

Barro, R. J. (1990). Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth, *The Journal of Political Economy*, Vol. 98, No. 5, pp. 103-124.

Cámara de Diputados, (2015). Notas informativas: Centro de estudios de las finanzas públicas.

Cheng-Lang Y., Hung-Pin L., and Chien-Yuan C. (2011). The Impact of Anti- Terrorism Expenditure on Economic Growth and Welfare, *Bulletin of Economic Research*, 64(1), 1-7.

Chung-Jen W., and Cheng-Te L. (2001). Defense Spending and Economic Growth: An Endogenous Growth Model, Department of International Business, National Chengchi University, Chinese Culture University.

Grinols, E., and Turnovsky, S. (1993). Risk, the Financial Market, and Macroeconomic Equilibrium, *Journal of Economic Dynamics and Control*. 17(1-2), 1–36.

Gong, L., and Heng-fu, Z. (2003). Military Spending and Stochastic Growth, *Journal of Economic Dynamics & Control*, Vol. 28, pp. 153-170.

Hernández-Bautista O. I., y Venegas-Martínez F. (2014). Efectos del gasto en seguridad pública en el crecimiento económico: Un modelo macroeconómico estocástico”, *Investigación Económica*, 73, 288, 117-147

Merton, C, R. (1975). An Asymptotic Theory of Growth under Uncertainty. *The Review of Economic Studies*, 42(3), 375-393.

Po-Sheng, L. and Cheng-Te, L (2011). Military Spending, Threats and Stochastic Growth, Department of International Business, National Chengchi University, Taiwan, Chinese Culture University, Taiwan.

Turnovsky, S. (2000). Methods of Macroeconomic Dynamics, 2nd Edition. MIT Press, Cambridge.

Turnovsky, S. (1993). Macroeconomic Policies, Growth, and Welfare in a Stochastic Economy. *International Economic Review*, 35(4). 953-981.

Venegas-Martínez, F. (2008). Riesgos financieros y económicos: productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre, Cengage, 2da edición. México.

Zou, H. (1995). A Dynamic Model of Capital and Arms Accumulation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19(1), 371–393.